

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Южно-Уральский государственный университет  
Кафедра строительной механики

624.07(07)  
М487

А.П. Мельчаков, И.С. Никольский

**СБОРНИК ЗАДАЧ  
ПО СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ**  
(с примерами и пояснениями)

**Учебное пособие**

Челябинск  
Издательство ЮУрГУ  
2004

УДК 624.07(07) М487

Мельчаков А.П., Никольский И.С. Сборник задач по строительной механике (с примерами и пояснениями): Учебное пособие. – Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2004 – 58 с.

Учебное пособие содержит задачи по курсу строительной механики статически определимых стержневых систем и состоит из двух частей. Первая часть сборника включает задачи по построению эпюр и линий влияния внутренних усилий в разных по типу конструкциях (балки, рамы, фермы, распорные системы). Вторая часть сборника содержит задачи на определение перемещений в стержневых системах от различных внешних воздействий. В сборнике к каждому типу задач приводятся пример решения, необходимые пояснения и требуемые для самостоятельного изучения темы учебники и учебные пособия.

Пособие предназначено для студентов строительных специальностей всех форм обучения.

Авторы выражают глубокую благодарность Соломину В.И. и Сытнику А.С. за помощь при подготовке учебного пособия.

Ил. 223, табл. 16, список лит. 6.

Одобрено учебно-методической комиссией архитектурно-строительного факультета.

Рецензенты: В.А. Жилкин, С.Б. Шматков.

ISBN

© Издательство ЮУрГУ, 2004.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1. ЭПЮРЫ И ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ В СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМАХ	
1.1. Расчет однопролетных балок.....	5
1.2. Расчет многопролетных балок.....	11
1.3. Расчет плоских рам.....	20
1.4. Расчет балочных ферм.....	29
1.5. Расчет распорных и комбинированных систем .....	37
2. ПЕРЕМЕЩЕНИЯ В СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМАХ	
2.1. Расчет перемещений от нагрузки.....	40
2.2. Расчет перемещений от изменения температуры.....	47
2.3. Расчет перемещений от кинематического воздействия..	53

## **ВВЕДЕНИЕ**

Основная цель сборника – помочь студенту усвоить законы статики кинематически неизменяемых плоских стержневых систем. От обычных учебников по строительной механике сборник отличается значительным многообразием расчетных схем конструкций, в которых требуется построить эпюры и линии влияния внутренних силовых факторов, либо определить линейные и угловые перемещения заданных сечений. Задачи в сборнике расположены по возрастающей сложности, при этом к каждому типу задач приводится пример расчета, необходимые для решения задач пояснения и требуемые для самостоятельного изучения темы учебники и учебные пособия.

Первая часть сборника посвящена статике стержневых систем, не имеющих «избыточных» (лишних) связей. Для определения внутренних сил в них достаточно знать (и уметь применять) только законы равновесия. В этой части приведены задачи, которые позволят студенту освоить методы и технику построения эпюр внутренних силовых факторов и линий влияния в различных по сложности стержневых системах.

Вторая часть сборника посвящена проблеме определения перемещений в стержневых системах от различных внешних воздействий (нагрузка, изменение температуры, кинематическое воздействие).

Сборник задач может быть использован на практических занятиях по строительной механике, при промежуточном контроле знаний студентов, а также на зачетах и экзаменах.

# 1. ЭПЮРЫ И ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ В СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМАХ

## 1.1. Расчет однопролетных балок

### Формулировка задачи

Для одной из однопролетных балок, изображенных на рис. 1.1.1 – 1.1.25 требуется:

- построить эпюры внутренних силовых факторов и линии влияния внутренних усилий в сечениях  $n$  и  $k$ ;
- определить усилия в сечениях  $n$  и  $k$  по линиям влияния от заданной нагрузки и сравнить их с усилиями на эпюрах.

Исходные данные для расчета принять из табл. 1.1.

Таблица 1.1

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
$a$ , м	2	3	4	2	2	4	3
$b$ , м	3	4	2	4	3	2	3
$c$ , м	4	3	2	2	4	3	2
$d$ , м	2	4	3	2	3	2	4
$M$ , кНм	6	5	4	6	8	10	7
$F$ , кН	4	5	3	6	7	2	8
$q$ , кН/м	2	1	3	4	2	1	3

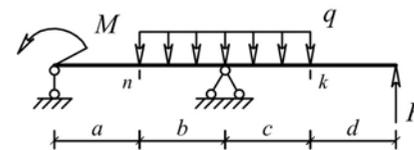


Рис. 1.1.1

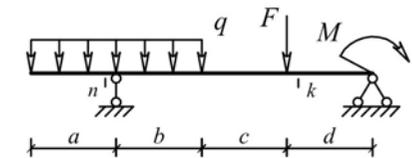


Рис. 1.1.2

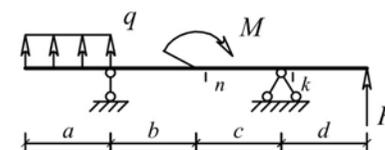


Рис. 1.1.3

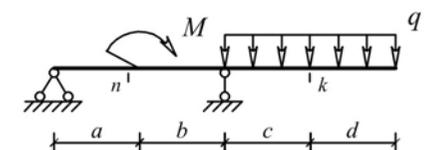


Рис. 1.1.4

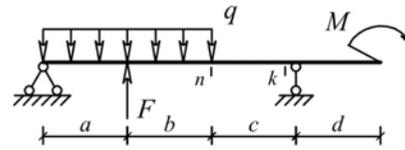


Рис. 1.1.5

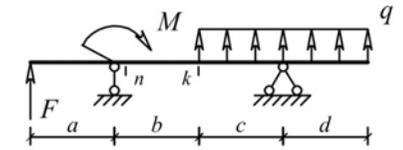


Рис. 1.1.6

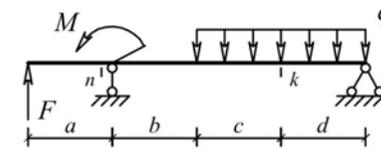


Рис. 1.1.7

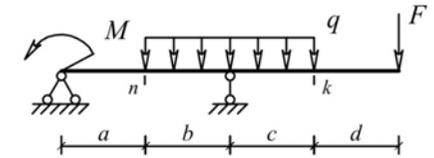


Рис. 1.1.8

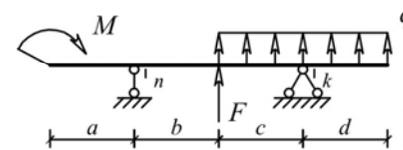


Рис. 1.1.9

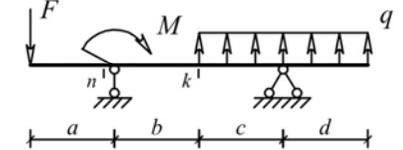


Рис. 1.1.10

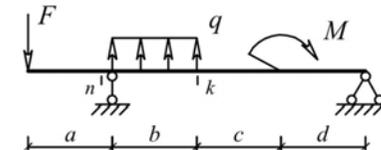


Рис. 1.1.11

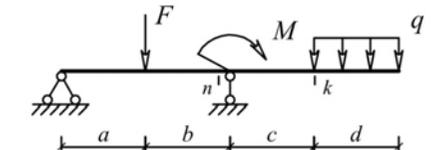


Рис. 1.1.12

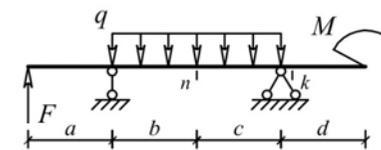


Рис. 1.1.13

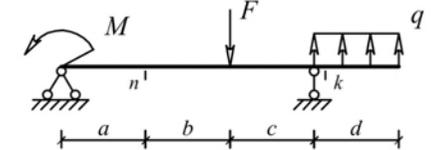


Рис. 1.1.14

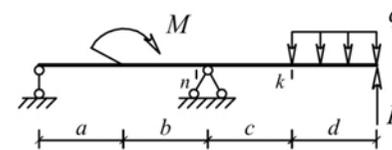


Рис. 1.1.15

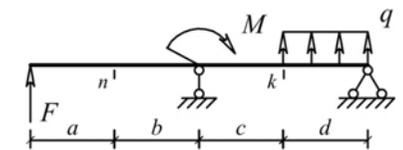


Рис. 1.1.16

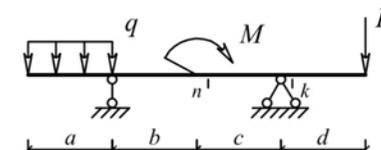


Рис. 1.1.17

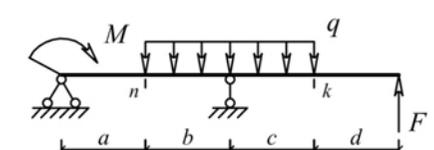


Рис. 1.1.18

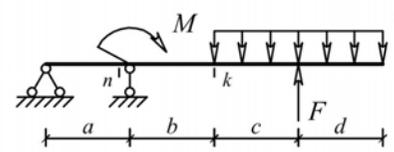


Рис. 1.1.19

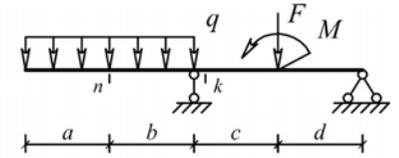


Рис. 1.1.20

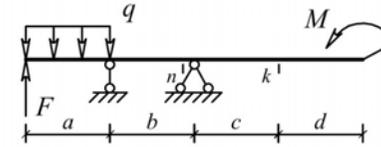


Рис. 1.1.21

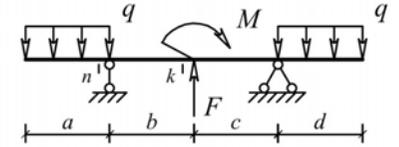


Рис. 1.1.22

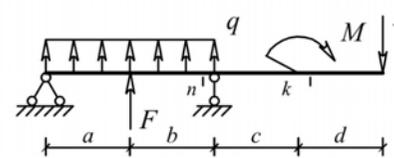


Рис. 1.1.23

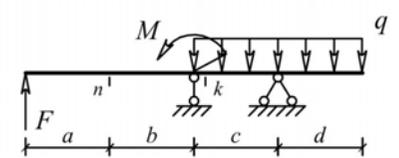


Рис. 1.1.24

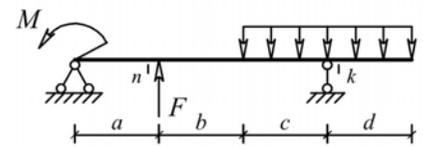


Рис. 1.1.25

### Пример решения задачи

Исходные данные: схема балки на рис. 1.1.25;  $a=2$  м;  $b=2$  м;  $c=2$  м;  $d=2$  м;  $M=8$  кНм;  $F=2$  кН;  $q=1$  кН/м.

а) Эпюры внутренних силовых факторов (рис. 1.1.26)

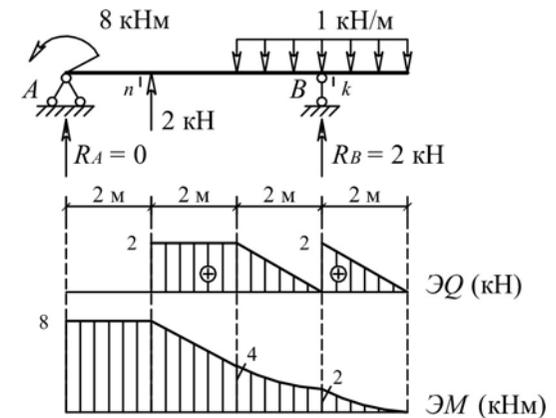


Рис. 1.1.26

б) Линии влияния внутренних силовых факторов в сечениях  $n$  и  $k$  (рис. 1.1.27)

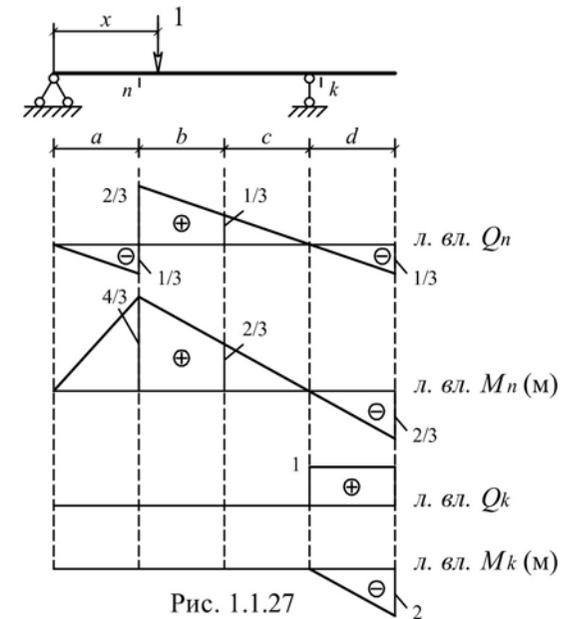


Рис. 1.1.27

в) Определение внутренних усилий  $S$  (изгибающего момента или поперечной силы) в сечениях  $n$  и  $k$  по формуле влияния:

$$S = M \cdot \operatorname{tg} \alpha + F \cdot y + q \cdot \omega,$$

где  $M$  – сосредоточенный момент («+» – направлен по часовой стрелке, «-» – направлен против часовой стрелки);

$\alpha$  – наклон линии влияния в месте приложения  $M$ ;

$F$  – сосредоточенная сила («+» – направлена вниз, «-» – направлена вверх);

$y$  – ордината линии влияния под силой;

$q$  – интенсивность распределенной нагрузки («+» – направлена вниз, «-» – направлена вверх);

$\omega$  – площадь линии влияния под нагрузкой.

$$M_n = (-8) \cdot (4/6) + (-2) \cdot (4/3) + 1 \cdot 0 = -8 \text{ кНм},$$

$$Q_n = (-8) \cdot (-1/6) + (-2) \cdot (2/3) + 1 \cdot 0 = 0,$$

$$M_k = (-8) \cdot 0 + (-2) \cdot 0 + 1 \cdot (-2) = -2 \text{ кНм},$$

$$Q_k = (-8) \cdot 0 + (-2) \cdot 0 + 1 \cdot 2 = 2 \text{ кН}.$$

Значение усилий совпали с соответствующими усилиями на эпюрах.

### **Пояснение к решению задачи**

1) Для построения линий влияния в балках целесообразно воспользоваться статико-кинематическим методом. Суть метода заключается в том, что вначале определяется вид линии влияния. Для этого из балки удаляется связь, линию влияния усилия в которой требуется построить. В полученном таким образом механизме с одной степенью свободы строится эпюра возможных перемещений (рис. 1.1.28). В теории линий влияния на основе принципа возможных работ доказано, что вид линии влияния совпадает с очертанием этой эпюры. При известном очертании линии влияния любую ее ординату несложно вычислить из законов статики. Для этого достаточно установить единичный груз над ординатой, отделить часть балки, содержащей искомое усилие, и рассмотреть равновесие этой части.

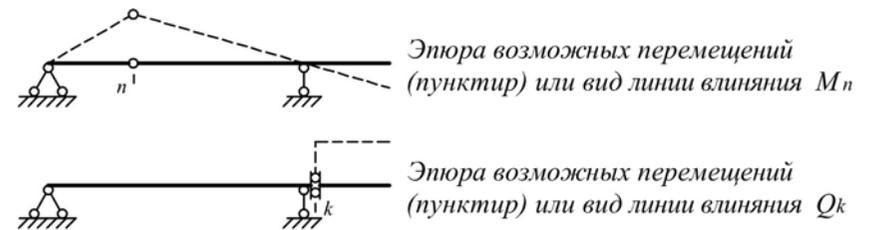


Рис. 1.1.28

*Примечание.* Знак линии влияния определяется автоматически, если возможное перемещение механизму задать в направлении, совпадающем с положительным направлением искомого усилия.

2) При определении усилий по линиям влияния следует помнить, что внешний сосредоточенный момент вносится в формулу влияния со знаком «+», если направлен по часовой стрелке, внешняя сосредоточенная сила и распределенная нагрузка со знаком «+», если направлены вниз. Такие правила приняты при выводе формулы влияния. Знак же тангенса определяется обычным образом, т.е. в первой и третьей четвертях он положительный (если линия влияния не перевернута).

**Учебники (учебные пособия)**

Шифр библиотеки ЮУрГУ	Автор(ы), название учебника (учебного пособия)
624.04(07) А697	Н.Н. Анохин. Строительная механика в примерах и задачах. Часть I. Статически определимые системы.
624.04(07) С863	А.Ф. Смирнов и др. Строительная механика (стержневые системы).
624.04(07) С535	Снитко Н.К. Строительная механика
624.04(07) Д203	А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. Строительная механика.
624.04(07) Р851	Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (под ред. Г.К. Клейна)

## 1.2. Расчет многопролетных балок

### Формулировка задачи

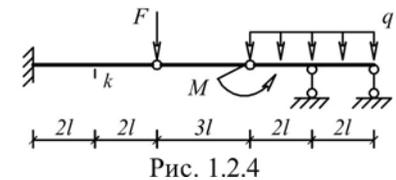
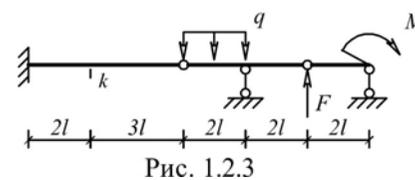
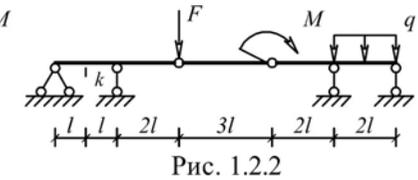
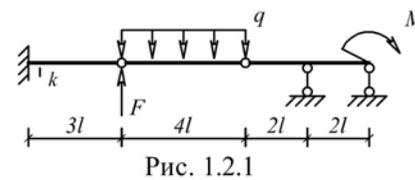
Для одной из многопролетных балок, изображенных на рис. 1.2.1 – 1.2.25 требуется:

- построить эпюры внутренних силовых факторов и линии влияния внутренних усилий в сечении  $k$ ;
- определить усилия в сечении  $k$  по линиям влияния от заданной нагрузки и сравнить их с усилиями на эпюрах;
- найти максимальное и минимальное значение изгибающего момента в сечении  $k$  от подвижной системы связанных грузов, показанной на рис. 1.2.26.

Исходные данные для расчета принять из табл. 1.2.

Таблица 1.2

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
$l$ , м	2	3	4	2	2	4	3
$M$ , кНм	6	5	4	6	8	10	7
$F$ , кН	4	5	3	6	7	2	8
$q$ , кН/м	2	1	3	4	2	1	3



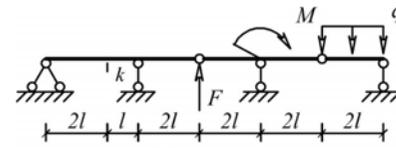


Рис. 1.2.5

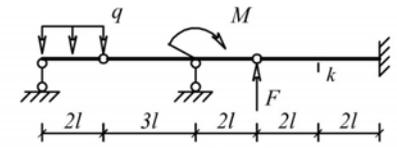


Рис. 1.2.6

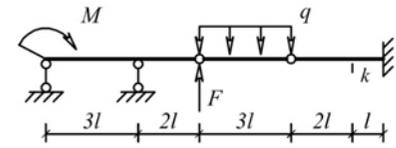


Рис. 1.2.7

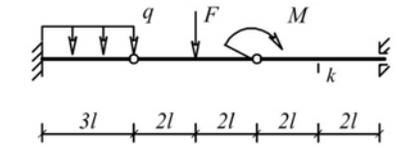


Рис. 1.2.8

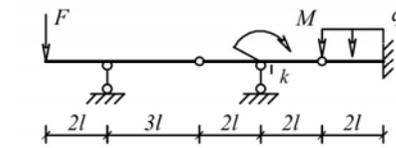


Рис. 1.2.9

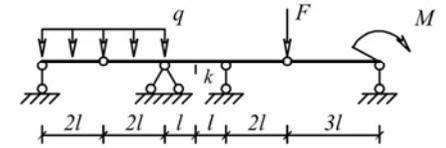


Рис. 1.2.10

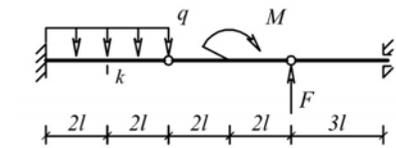


Рис. 1.2.11

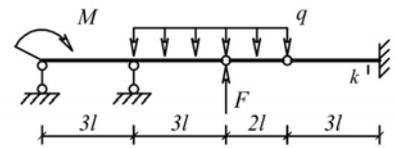


Рис. 1.2.12

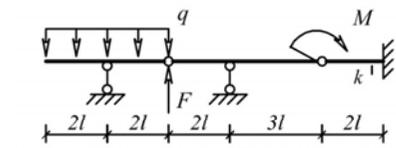


Рис. 1.2.13

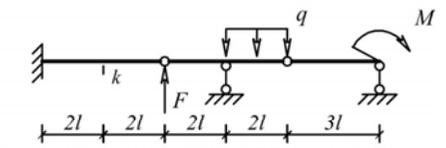


Рис. 1.2.14

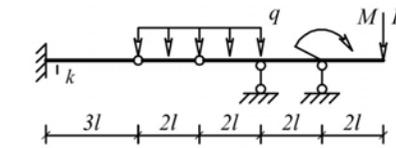


Рис. 1.2.15

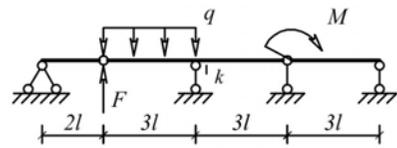


Рис. 1.2.16

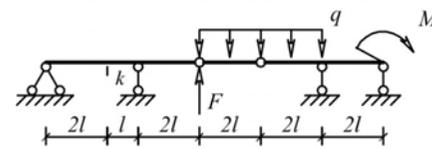


Рис. 1.2.17

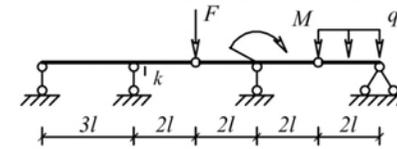


Рис. 1.2.18

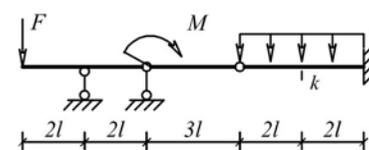


Рис. 1.2.19

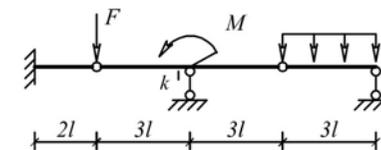


Рис. 1.2.20

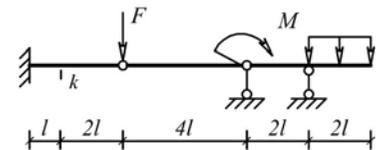


Рис. 1.2.21

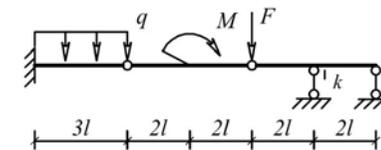


Рис. 1.2.22

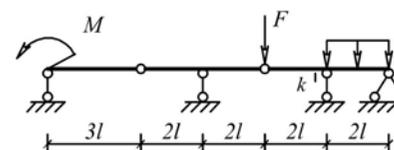


Рис. 1.2.23

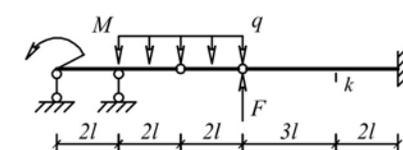


Рис. 1.2.24

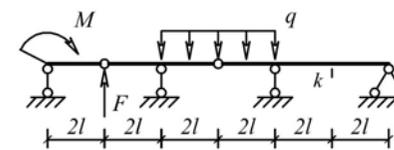


Рис. 1.2.25

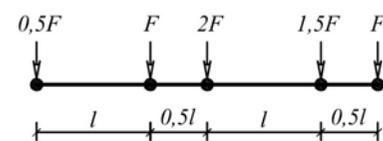


Рис. 1.2.26

### Пример решения задачи

Исходные данные: схема балки на рис. 1.2.25;  $l=2$  м;  $M=4$  кНм;  $F=2$  кН;  $q=2$  кН/м.

а) Кинематический анализ системы

1) Степень свободы системы

$$W = 3D - (2Ш + C) = 3 \cdot 3 - (2 \cdot 2 + 5) = 0.$$

2) Геометрическая неизменяемость многопролетной балки следует из анализа ее «монтажно-поэтажной» схемы, показанной на рис.1.2.27. Все диски на этой схеме имеют необходимое число правильно установленных связей. Следовательно, многопролетная балка является статически определимой системой.

б) Реакции в связях

Силы, обеспечивающие равновесие дисков балки, показаны на рис.1.2.28.

Из уравнений равновесия для диска А-1 находятя реакции:

$$x_1 = 0; y_A = -1 \text{ кН};$$

$$y_1 = 1 \text{ кН}.$$

Из уравнений равновесия для диска 1–2 находятя реакции:

$$x_2 = 0; y_B = 2 \text{ кН};$$

$$y_2 = 5 \text{ кН}.$$

Из уравнений равновесия для диска 2–Д находятя реакции:

$$x_D = 0; y_C = 17,5 \text{ кН};$$

$$y_D = -4,5 \text{ кН}.$$

Правильное направление и величины найденных реакций показаны на рис.1.2.29.

в) Эпюры внутренних силовых факторов

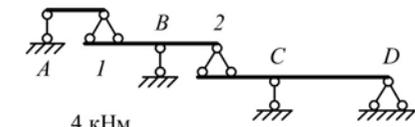


Рис. 1.2.27

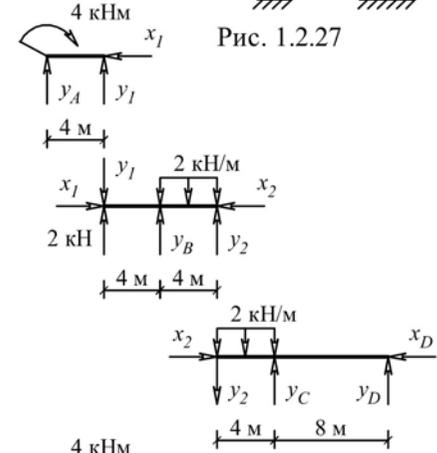


Рис. 1.2.28

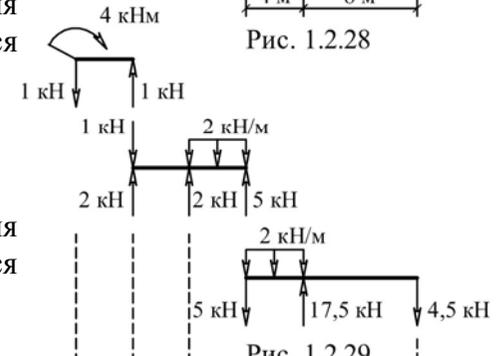


Рис. 1.2.29

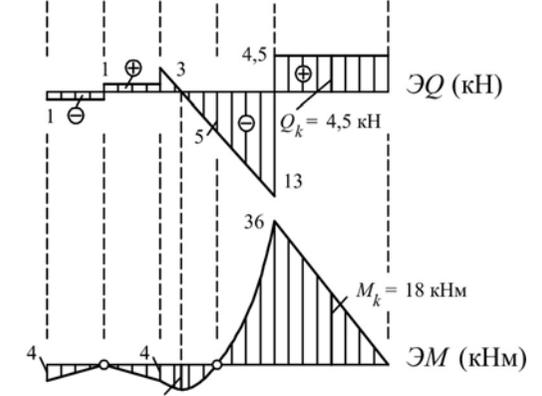


Рис. 1.2.30

г) Линии влияния внутренних силовых факторов в сечении  $k$

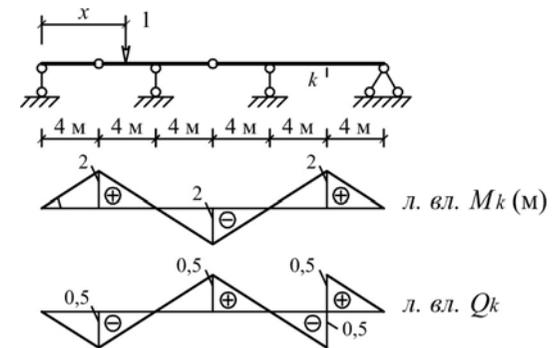


Рис. 1.2.31

д) Определение внутренних силовых факторов в сечении  $k$  по линиям влияния

$$M_k = 4 \cdot 0,5 + (-2) \cdot 2 + 2 \cdot (-8) = -18 \text{ кНм},$$

$$Q_k = 4 \cdot (-0,5/4) + (-2) \cdot (-0,5) + 2 \cdot 2 = 4,5 \text{ кН}.$$

Знаки и значения усилий совпали со знаками и значениями усилий на эпюрах.

е) Определение невыгодного нагружения линии влияния изгибающего момента в сечении  $k$  подвижной системой связанных грузов, показанной на рис. 1.2.26

1) На рис. 1.2.32 показано положение системы грузов, при котором в сечении  $k$  возникает максимальный (наибольший со знаком плюс) изгибающий момент. Критическим грузом является сила 4 кН, так как при переходе этого груза через вершину знак производной  $M_k$  меняется с «+» на «-»:

$$\Leftarrow dM_k/dx = (1+2+4) \cdot 0,5 + (3+2) \cdot (-0,5) > 0,$$

$$\Rightarrow dM_k/dx = (1+2) \cdot 0,5 + (3+2+4) \cdot (-0,5) < 0.$$

$$\max M_k = 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 1,5 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0,5 = 15,5 \text{ кНм}.$$

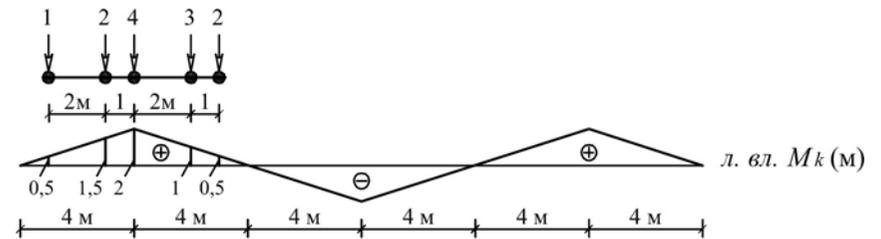


Рис. 1.2.32

2) На рис. 1.2.33 показано положение системы грузов, при котором в сечении  $k$  возникает минимальный (наибольший со знаком минус) изгибающий момент. Критическим грузом является сила 4 кН, так как при переходе этого груза через вершину знак производной  $M_k$  меняется с «-» на «+»:

$$\Leftarrow dM_k/dx = (1+2+4) \cdot (-0,5) + (3+2) \cdot 0,5 < 0,$$

$$\Rightarrow dM_k/dx = (1+2) \cdot (-0,5) + (3+2+4) \cdot 0,5 > 0.$$

$$\begin{aligned} \min M_k &= 1 \cdot (-0,5) + 2 \cdot (-1,5) + 4 \cdot (-2) + 3 \cdot (-1) + 2 \cdot (-0,5) = \\ &= -15,5 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

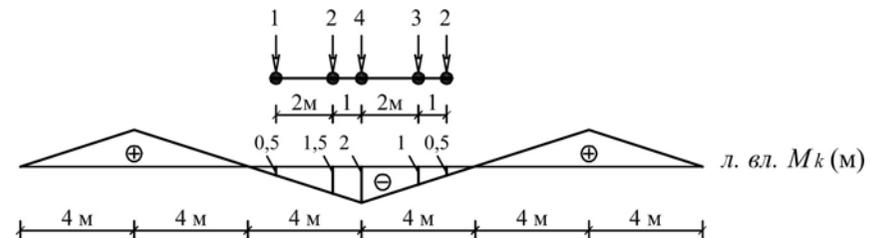


Рис. 1.2.33

### Пояснения к решению задачи

1) Стержневая система является статически определимой, если степень ее свободы  $W$  равна нулю и она геометрически неизменяемая. В геометрически неизменяемых системах перемещения от нагрузок являются следствием только деформаций ее элементов. Для многопролетных статически определимых балок анализ геометрической неизменяемости проще выполнять через построение т.н. «монтажно-поэтажной» схемы, показывающей последовательность монтажа отдельных

балок. На каждом «этаже» такой схемы должно присутствовать три связи (см. рис. 1.2.27).

2) При определении реакций в связях многопролетной статически определимой балки целесообразно воспользоваться наиболее общим подходом, заключающимся в том, что любая многодисковая статически определимая система может быть представлена в виде набора отдельных дисков с действующими на них внешними нагрузками и реакциями связей, обеспечивающих им равновесие в составе системы. В теории статически определимых систем доказано, что число независимых уравнений статики в точности равно числу реакций в связях, включая и силы взаимодействия в шарнирах, которые на смежные диски прикладываются в соответствии с законом Ньютона «действие равно противодействию», т.е. равными и противоположно направленными.

*Примечание.* Сосредоточенные внешние силы, действующие на шарниры, можно приложить к любому из смежных дисков.

После построения эпюр внутренних силовых факторов в отдельных дисках они объединяются и образуют эпюры для многопролетной балки в целом (см. рис. 1.2.30).

3) При построении линий влияния усилий в многопролетных балках проще всего воспользоваться статико-кинематическим методом, описание которого приведено в пояснениях к разделу 1.1. Поскольку линии влияния усилий в статически определимых системах имеют полигональный вид, то достаточно найти всего одну наиболее просто определяемую из условий равновесия ординату этой линии влияния. В примере определена ордината, когда единичный груз установлен над сечением  $k$ . При таком положении груза второстепенные балки (см. рис. 1.2.27) не работают, их можно отбросить и из законов равновесия определить изгибающий момент и поперечную силу в сечении  $k$  основной балки.

4) Правила определения усилий по линиям влияния и формула влияния приведены в разделе 1.1.

5) Определение максимального и минимального значений усилия  $S$  от подвижной системы связанных между собой сосредоточенных грузов требует нахождения невыгодного нагружения линии влияния этой системой грузов. В теории линий влияния доказано, что в при невыгодном нагружении один из грузов (критический) должен находиться над одной из вершин (критической) линии влияния: над выпуклой, если отыскивается  $\max S$ , и вогнутой, если отыскивается  $\min S$  (линия влияния при этом не должна быть перевернута). Условием, что груз и вершина действительно критические, является смена знака производной усилия при переходе грузом вершины: с «+» на «-», если отыскивается  $\max S$ , и с «-» на «+», если  $\min S$ . Производная усилия определяется по формуле:

$$dS/dx = \sum (F_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i)$$

где  $F_i$  – сосредоточенный груз;

$\alpha_i$  – угол наклона линии влияния в месте приложения сосредоточенного груза  $F_i$ .

Задача нахождения критического груза и критической вершины решается перебором возможных вариантов. Определение  $\max S$  и  $\min S$  осуществляется по формуле влияния

$$S = \sum (F_i \cdot y_i),$$

где  $F_i$  – сосредоточенный груз;

$y_i$  – ординаты линии влияния усилия  $S$  под сосредоточенными грузами, установленными в положение невыгодного нагружения.

#### **Учебники (учебные пособия)**

Шифр библиотеки ЮУрГУ	Автор(ы), название учебника (учебного пособия)
624.04(07) А697	Н.Н. Анохин. Строительная механика в примерах и задачах. Часть I. Статически определимые системы.

624.04(07) С863	А.Ф. Смирнов и др. Строительная механика (стержневые системы).
624.04(07) С535	Снитко Н.К. Строительная механика
624.04(07) Д203	А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. Строительная механика.
624.04(07) Р851	Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (под ред. Г.К. Клейна)

### 1.3. Расчет плоских рам

#### Формулировка задачи

Для одной из рам, изображенных на рис. 1.3.1 – 1.3.25, требуется:

- выполнить кинематический анализ;
- определить реакции в связях, включая силы взаимодействия в шарнирах;
- построить эпюры внутренних силовых факторов.

Исходные данные для расчета принять из табл.1.3

Таблица 1.3

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
$l$ , м	3	3	2	3	4	4	2
$h$ , м	2	3	3	4	3	4	4
$F$ , кН	3	4	5	5	4	5	6
$M$ , кНм	5	4	6	4	6	5	8

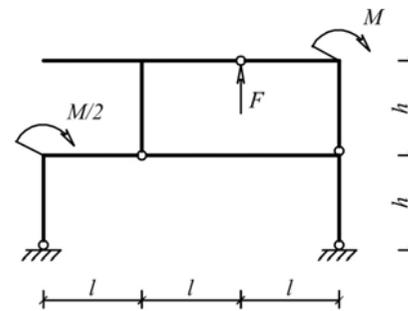


Рис. 1.3.1

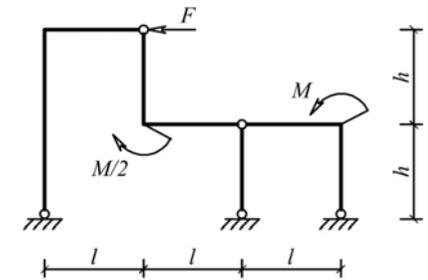


Рис. 1.3.2

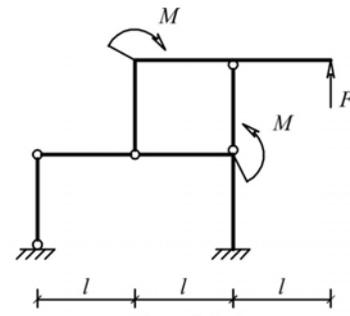


Рис. 1.3.3

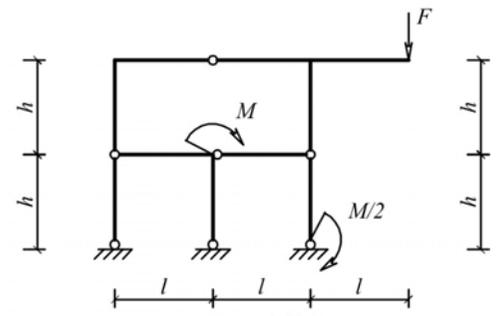


Рис. 1.3.4

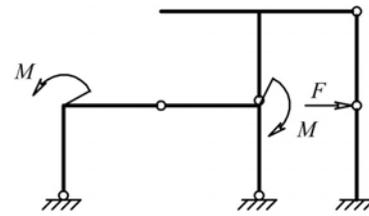


Рис. 1.3.5

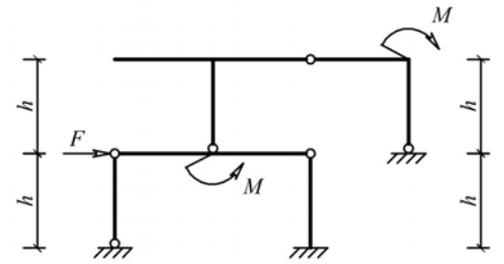


Рис. 1.3.6

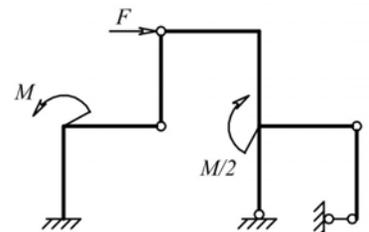


Рис. 1.3.7

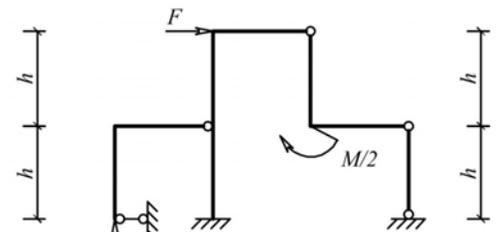


Рис. 1.3.8

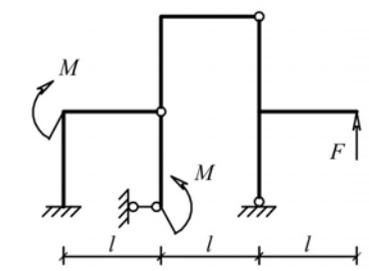


Рис. 1.3.9

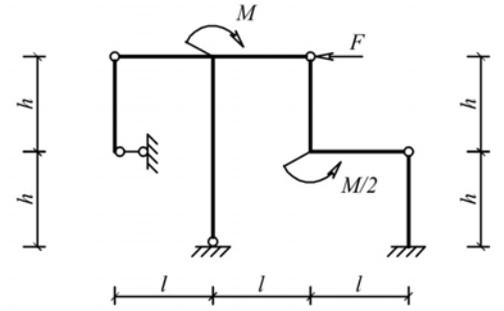


Рис. 1.3.10

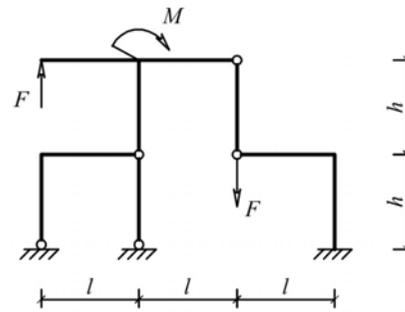


Рис. 1.3.11

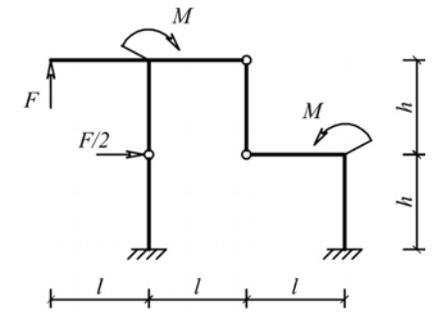


Рис. 1.3.12

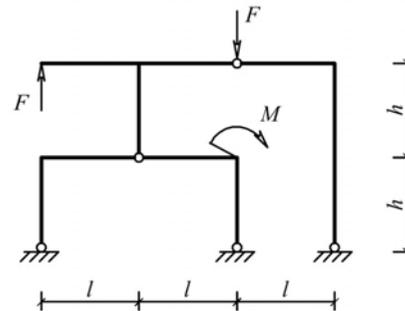


Рис. 1.3.13

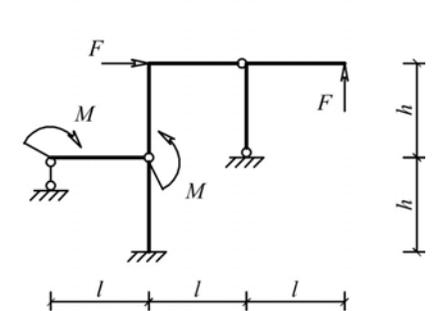


Рис. 1.3.14

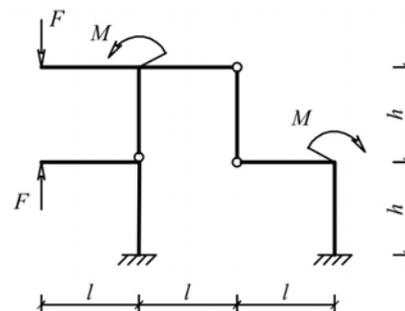


Рис. 1.3.15

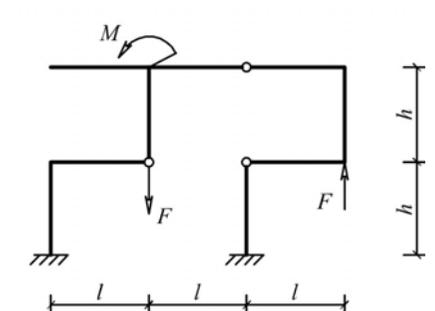


Рис. 1.3.16

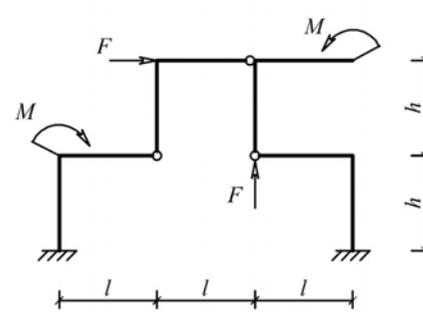


Рис. 1.3.17

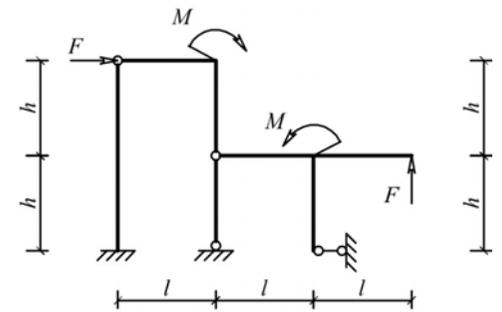


Рис. 1.3.18

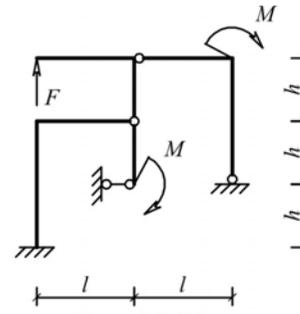


Рис. 1.3.19

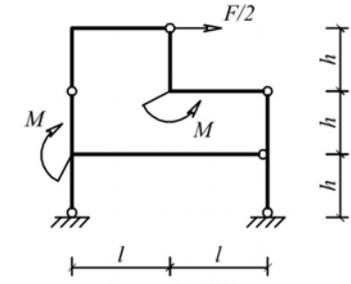


Рис. 1.3.20

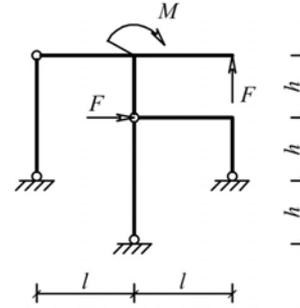


Рис. 1.3.21

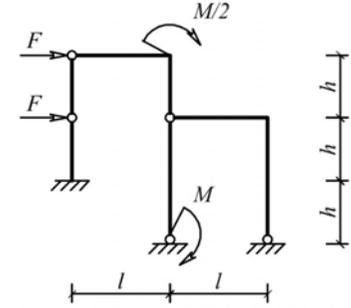


Рис. 1.3.22

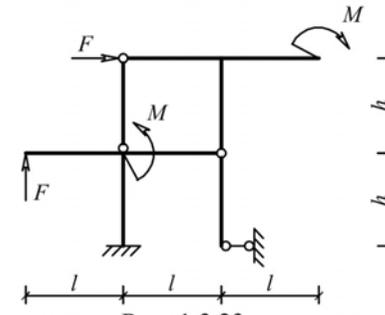


Рис. 1.3.23

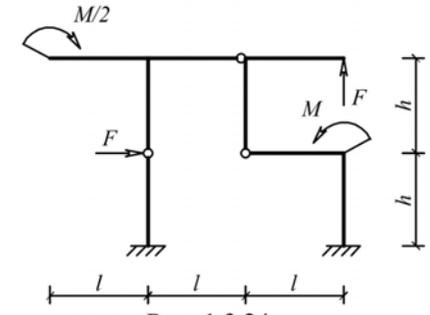


Рис. 1.3.24

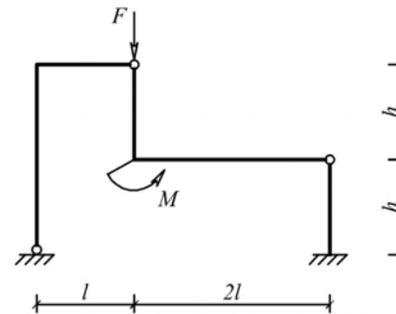


Рис. 1.3.25

**Пример решения задачи**

Исходные данные: схема рамы на рис. 1.3.25;  $l=2$  м;  $h=2$  м;  $M=4$  кНм;  $F=4$  кН.

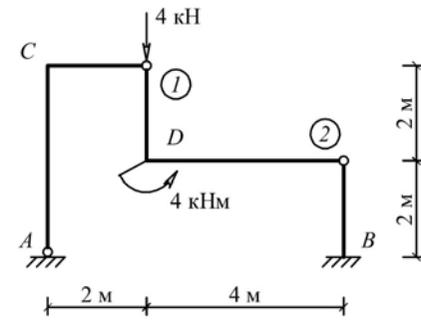


Рис. 1.3.26

а) Кинематический анализ рамы

1) Степень свободы системы

$$W = 3D - (2Ш + C) = 3 \cdot 3 - (2 \cdot 2 + 5) = 0.$$

2) Рама представляет собой неизменяемую фигуру (рис. 1.3.27), состоящую из трех дисков, соединенных между собой шарнирами А, 1 и 2, не лежащими на одной прямой. Следовательно, геометрическая неизменяемость рамной конструкции обеспечена.

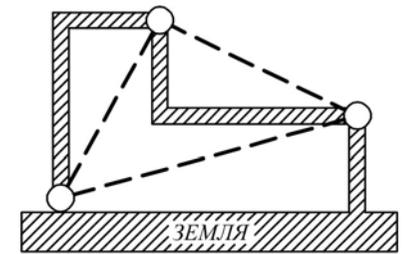


Рис. 1.3.27

б) Реакции в связях

Силы, обеспечивающие равновесие дисков рамы, показаны на рис. 1.3.28.

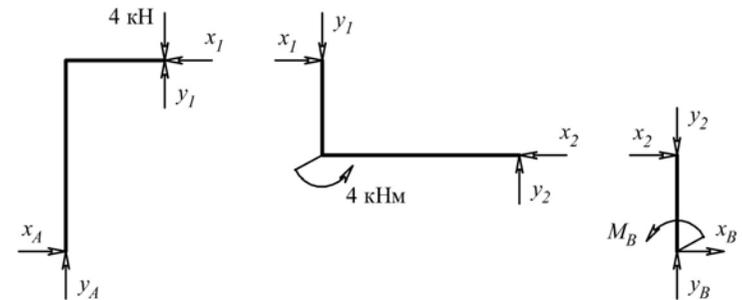


Рис. 1.3.28

Направление и величины реакций  $x_A, y_A, x_B, y_B, M_B, x_1, y_1, x_2, y_2$ , найденных из 9-и уравнений равновесия (по три для каждого диска), показаны на рис.1.3.29.

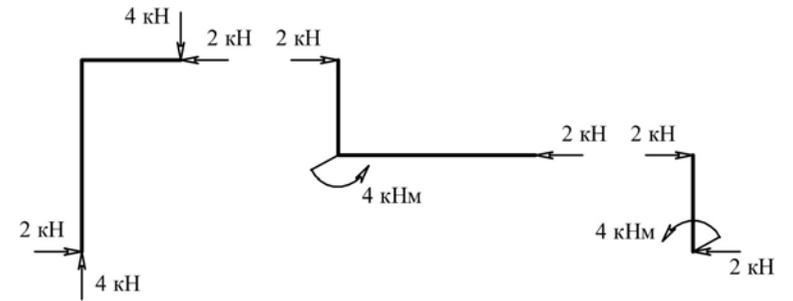


Рис. 1.3.29

в) Эпюры внутренних силовых факторов в дисках рамы

Эпюры продольных сил (кН)

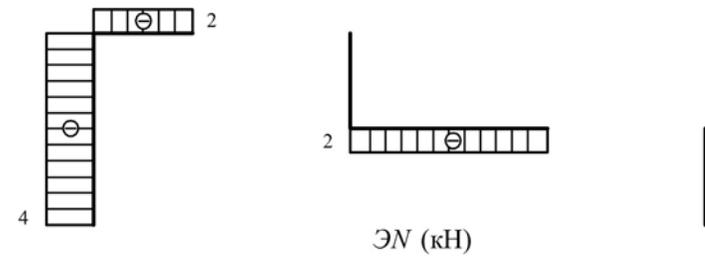


Рис. 1.3.30

Эпюры поперечных сил (кН)

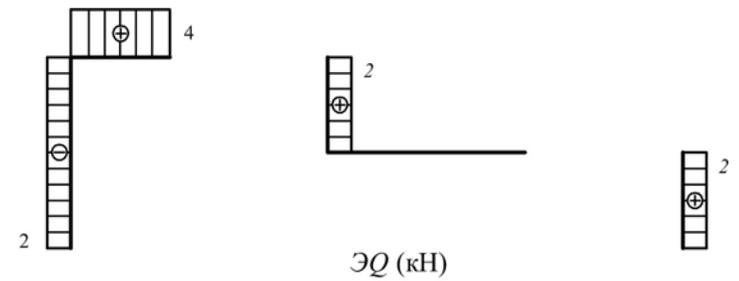
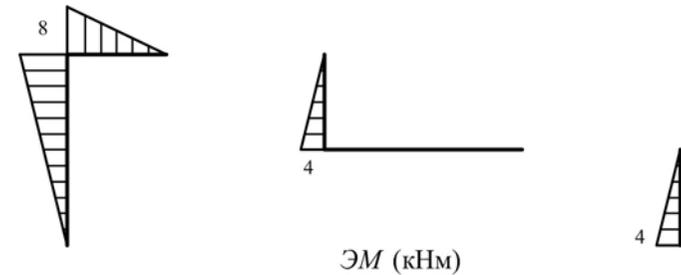


Рис. 1.3.31

Эпюры изгибающих моментов (кНм)



ЭМ (кНм)

Рис. 1.3.32

г) Проверка равновесия жестких узлов *C* и *D*

Узел C

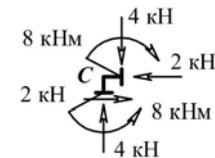


Рис. 1.3.33

Узел D

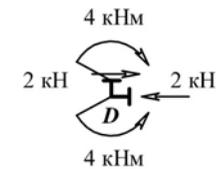


Рис. 1.3.34

$$\Sigma X = 0; \Sigma Y = 0; \Sigma M_C = 0.$$

$$\Sigma X = 0; \Sigma Y = 0; \Sigma M_D = 0.$$

**Пояснения к решению задачи**

1) Кинематический анализ производится с целью доказательства, что рассматриваемая рамная конструкция является статически определимой, т.е. она не имеет избыточных («лишних») связей и обеспечена ее геометрическая неизменяемость. Процедура анализа геометрической неизменяемости включает отыскание в раме связанных дисков, в совокупности образующих простейшие неизменяемые фигуры, к которым относятся:

- а) три диска, соединенных тремя не лежащими на одной прямой простыми шарнирами (см. рис. 1.3.27.);

б) два диска, соединенные тремя простыми не параллельными и не пересекающимися в одной точке связями.

При этом земля рассматривается как неизменяемый и неподвижный диск.

2) При определении реакций в связях статически определимой рамы целесообразно воспользоваться наиболее общим подходом, заключающимся в том, что любая многодисковая статически определимая система может быть представлена в виде набора отдельных дисков с действующими на них внешними нагрузками и реакциями связей, обеспечивающих им равновесие в составе системы. В теории статически определимых систем доказано, что число независимых уравнений статики в точности равно числу реакций в связях, включая и силы взаимодействия в шарнирах, которые на смежные диски прикладываются в соответствии с законом Ньютона «действие равно противодействию», т.е. равными и противоположно направленными.

Примечание. Сосредоточенные внешние силы, действующие на шарниры, можно приложить к любому из смежных дисков.

3) Определение внутренних силовых факторов в дисках производится методом сечений, суть которого состоит в следующем:

а) разрезают диск на две части так, чтобы в разрез попало поперечное сечение, в котором отыскиваются внутренние силовые факторы;

б) отбрасывают одну часть диска (любую), а ее действие заменяют усилиями  $N$ ,  $Q$  и  $M$ ;

в) для рассматриваемой части диска составляют три независимых уравнений равновесия, из которых определяются величины и направления внутренних силовых факторов.

4) Для проверки равновесия жестких узлов с построенных эпюр в сечениях, максимально приближенных к узлам, снимаются внутренние силовые факторы и с учетом знака усилия прикладываются к узлам. Проверяется выполнение

условий равновесия, при составлении которых необходимо учесть внешние сосредоточенные силы или моменты, непосредственно приложенных к узлу.

**Учебники (учебные пособия)**

Шифр библиотеки ЮУрГУ	Автор(ы), название учебника (учебного пособия)
624.04(07) А697	Н.Н. Анохин. Строительная механика в примерах и задачах. Часть I. Статически определимые системы.
624.04(07) С863	А.Ф. Смирнов и др. Строительная механика (стержневые системы).
624.04(07) С535	Снитко Н.К. Строительная механика
624.04(07) Д203	А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. Строительная механика.
624.04(07) Р851	Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (под ред. Г.К. Клейна)
624.07(07) М487	А.П. Мельчаков, А.С. Сытник. Построение эпюр внутренних силовых факторов в плоских рамах. Учебное пособие.

## 1.4. Расчет балочных ферм

### Формулировка задачи

Для одной из балочных ферм, изображенных на рис. 1.4.1 – 1.4.25 требуется:

- определить аналитически усилия в отмеченных стержнях от неподвижной нагрузки в виде сосредоточенных сил  $F$ , приложенных в каждом узле прямолинейного пояса фермы;
- построить линии влияния усилий для отмеченных стержней при «езде» по прямолинейному поясу фермы;
- вычислить по линиям влияния усилия в отмеченных стержнях от сил  $F$  и результаты сравнить со значениями усилий, полученными аналитически.

Исходные данные для расчета принять из табл. 1.4.

Таблица 1.4

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
$l$ , м	2	1	1,5	1,5	1	2	2,5
$h$ , м	2	1,5	0,75	1,75	2	3	3
$F$ , кН	5	7	9	10	8	6	4

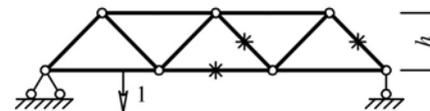


Рис. 1.4.1

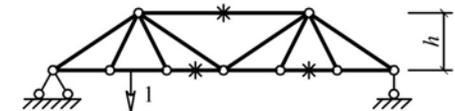


Рис. 1.4.2

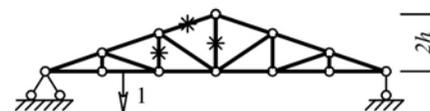


Рис. 1.4.3

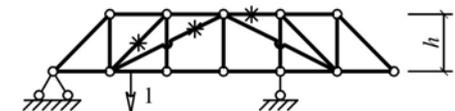


Рис. 1.4.4

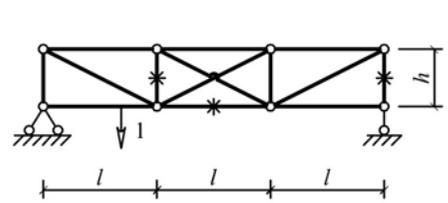


Рис. 1.4.5

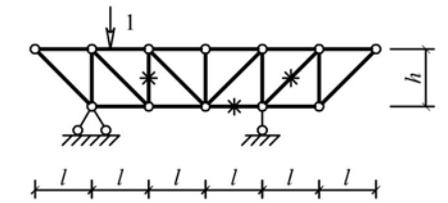


Рис. 1.4.6

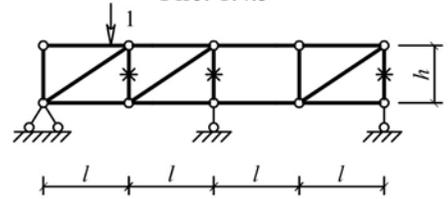


Рис. 1.4.7

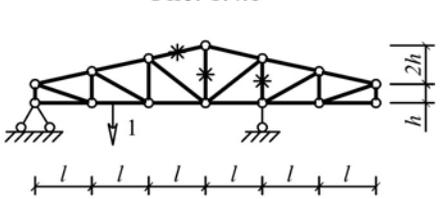


Рис. 1.4.8

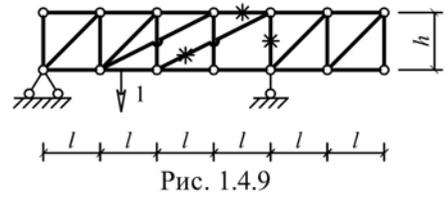


Рис. 1.4.9

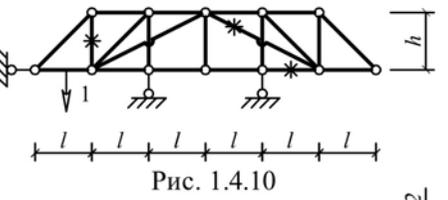


Рис. 1.4.10

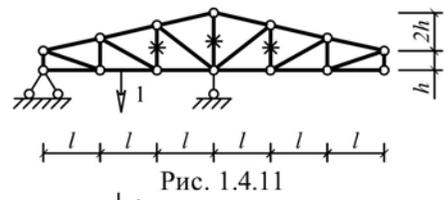


Рис. 1.4.11

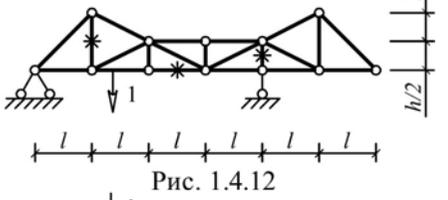


Рис. 1.4.12

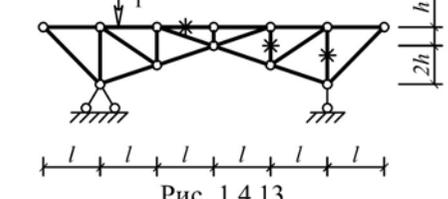


Рис. 1.4.13

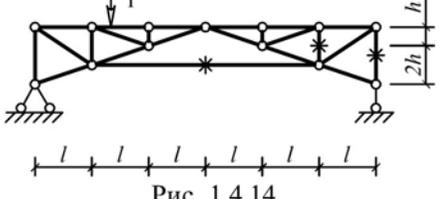


Рис. 1.4.14

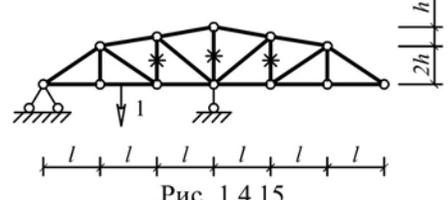


Рис. 1.4.15

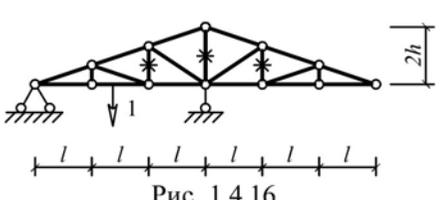


Рис. 1.4.16

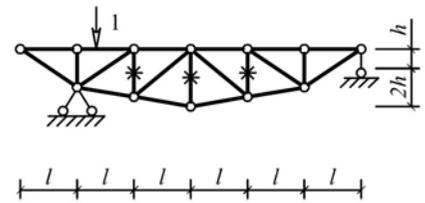


Рис. 1.4.17

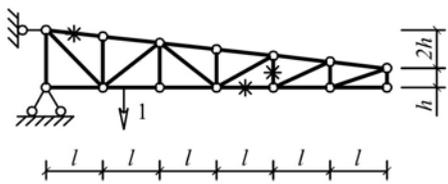


Рис. 1.4.18

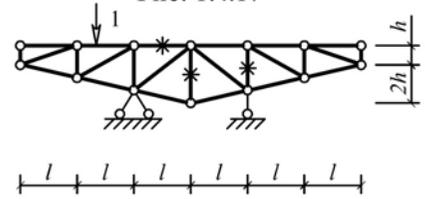


Рис. 1.4.19

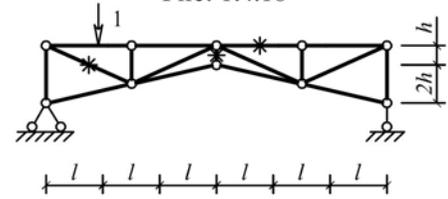


Рис. 1.4.20

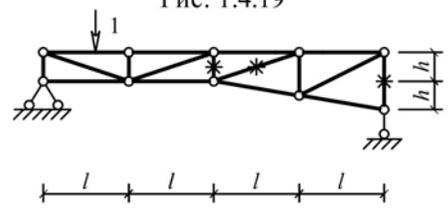


Рис. 1.4.21

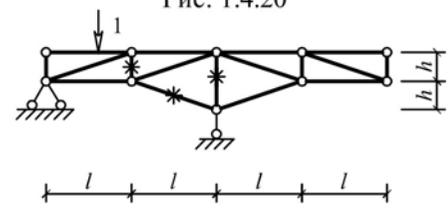


Рис. 1.4.22

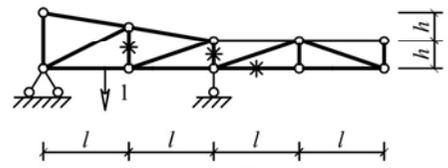


Рис. 1.4.23

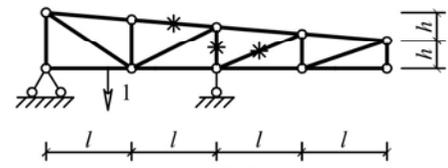


Рис. 1.4.24

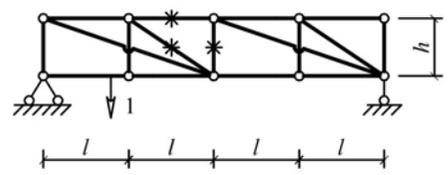


Рис. 1.4.25

**Пример решения задачи**

Исходные данные: схема фермы на рис. 1.4.25;  $l=4$  м;  $h=3$  м;  $F=3$  кН.

а) Аналитическое определение усилий в отмеченных стержнях от неподвижной нагрузки

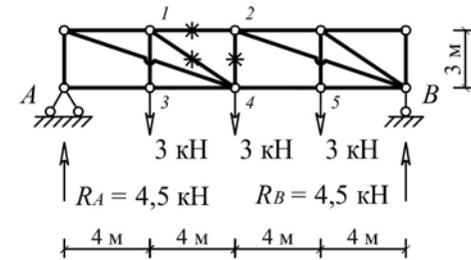


Рис. 1.4.26

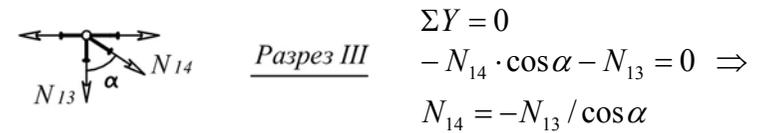
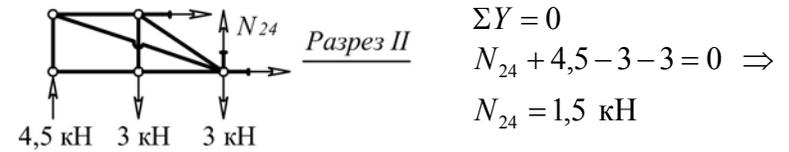
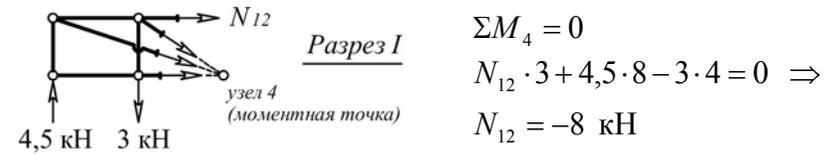


Рис. 1.4.27

$$N_{14} = -N_{13} / \cos \alpha = -3 / (3/5) = -5 \text{ кН.}$$

б) Линии влияния усилий для отмеченных на схеме стержней

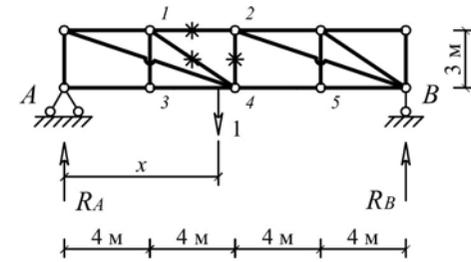


Рис. 1.4.28

*Разрез I*

$$\Sigma M_4 = 0 \Rightarrow$$

$$N_{12} = -R_A \cdot (8/3)$$

(уравнение правой ветви)

*Разрез II*

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow$$

$$N_{24} = -R_A$$

(уравнение правой ветви)

*Разрез III*

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow$$

$$N_{14} = -N_{13} \cdot (5/3)$$

*Разрез IV*

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow$$

$$N_{13} = 1$$

Рис. 1.4.29

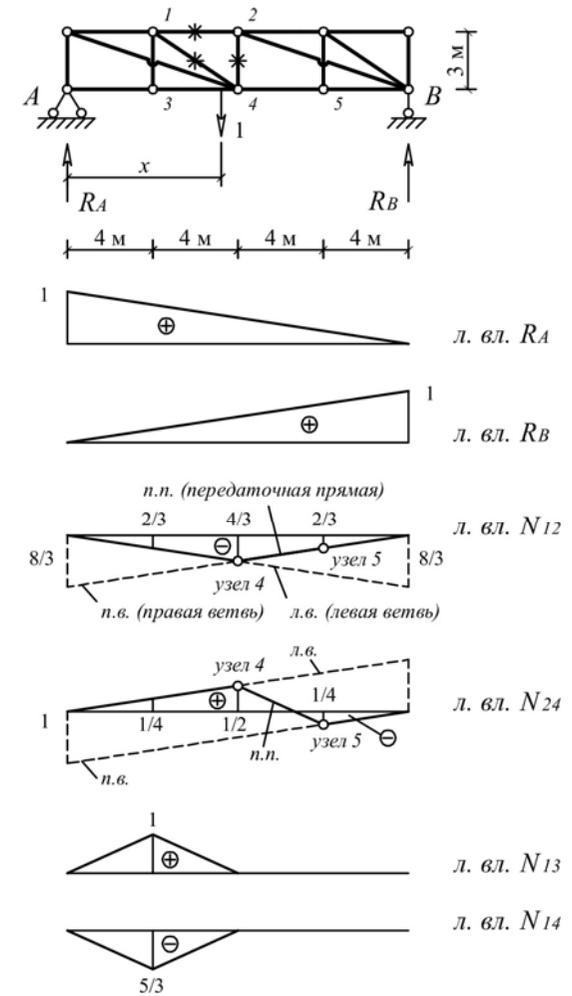


Рис. 1.4.30

в) Определение усилий в отмеченных стержнях по формуле влияния от сил  $F=3$  кН.

$$N_{12} = (3) \cdot (-2/3) + (3) \cdot (-4/3) + (3) \cdot (-2/3) = -8 \text{ кН},$$

$$N_{24} = (3) \cdot (1/4) + (3) \cdot (1/2) + (3) \cdot (-1/4) = 1,5 \text{ кН},$$

$$N_{13} = (3) \cdot (1) = 3 \text{ кН},$$

$$N_{14} = (3) \cdot (-5/3) = -5 \text{ кН}.$$

### Пояснения к решению задачи

1) Аналитический способ нахождения усилий от неподвижной нагрузки требует рассмотрения равновесия отсеченной части фермы, содержащей определяемое усилие.

2) Основой для построения линий влияния в стержнях фермы, в большинстве случаев, являются линии влияния опорных реакций, вид и значение ординат которых очевиден. Задача, как правило, сводится к нахождению связи внутреннего усилия с реакциями опор через законы равновесия и последующего перемасштабирования линий влияния реакций. В приведенном примере связь усилия в стержне 1–2 с реакцией  $R_A$ , когда груз находится справа от разреза I, определена из равенства нулю моментов относительно точки (узла) 4 для левой отсеченной части фермы. В результате получено уравнение правой ветви, а левая ветвь, как известно, пересекается с правой в точке, лежащей на одной вертикали с моментной точкой (узлом) 4. Для усилия в стержне 2–4 ветви линии влияния параллельны, поскольку связь с реакцией определяется уравнением равновесия  $\Sigma Y = 0$ . Для построения линии влияния усилия в стержне 1–4 использована связь этого усилия с усилием в стержне 1–3 из равновесия узла 1, а линия влияния усилия в стержне 1–3 легко построить, если рассмотреть равновесие узла 3.

### Учебники (учебные пособия)

Шифр библиотеки ЮУрГУ	Автор(ы), название учебника (учебного пособия)
624.04(07) А697	Н.Н. Анохин. Строительная механика в примерах и задачах. Часть I. Статически определимые системы.
624.04(07) С863	А.Ф. Смирнов и др. Строительная механика (стержневые системы).
624.04(07) С535	Снитко Н.К. Строительная механика

624.04(07) Д203	А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. Строительная механика.
624.04(07) Р851	Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (под ред. Г.К. Клейна)

## 1.5. Расчет распорных и комбинированных систем

### Формулировка задачи

Для одной из стержневых систем, изображенных на рис. 1.5.1 – 1.5.24 требуется:

- выполнить кинематический анализ;
- определить внутренние силовые факторы в указанных сечениях.

Исходные данные для расчета принять из табл. 1.5.

Таблица 1.5

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
$l$ , м	2	1,5	2	1,75	2	3	3
$F$ , кН	10	6	7	4	9	8	5

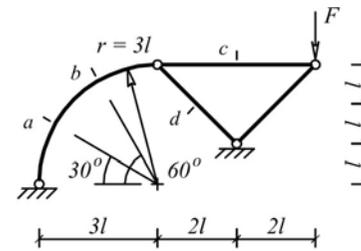


Рис. 1.5.1 (а, с) - Рис. 1.5.2 (b, d)

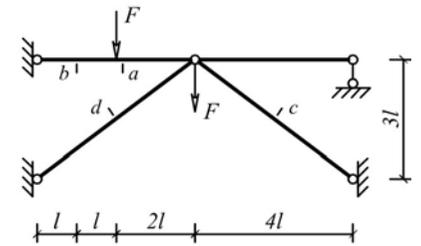


Рис. 1.5.3 (а, с) - Рис. 1.5.4 (b, d)

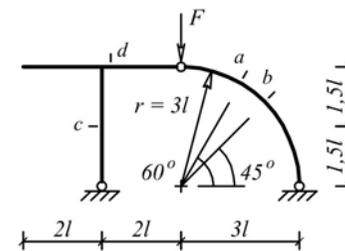


Рис. 1.5.5 (а, с) - Рис. 1.5.6 (b, d)

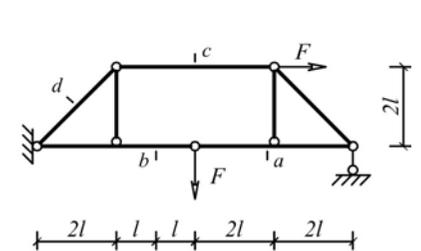


Рис. 1.5.7 (а, с) - Рис. 1.5.8 (b, d)

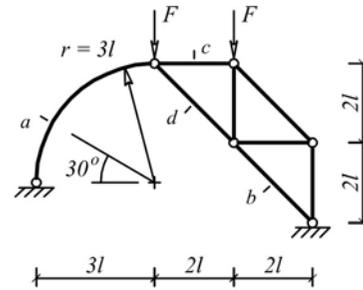


Рис. 1.5.9 (а, с) - Рис. 1.5.10 (b, d)

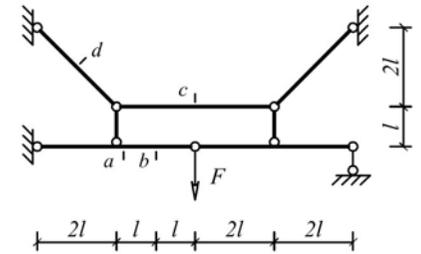


Рис. 1.5.11 (а, с) - Рис. 1.5.12 (b, d)

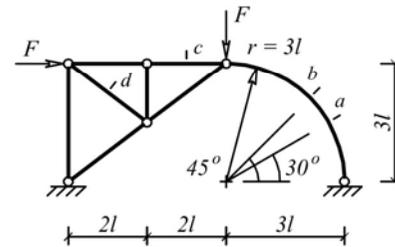


Рис. 1.5.13 (а, с) - Рис. 1.5.14 (b, d)

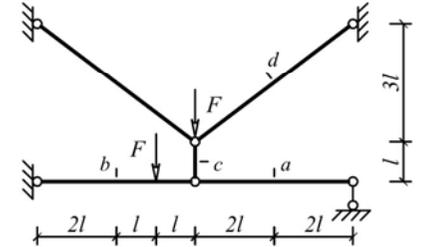


Рис. 1.5.15 (а, с) - Рис. 1.5.16 (b, d)

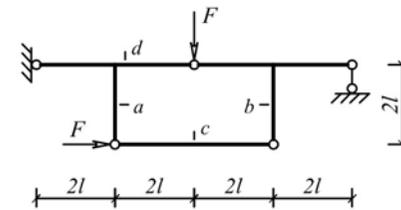


Рис. 1.5.17 (а, с) - Рис. 1.5.18 (b, d)

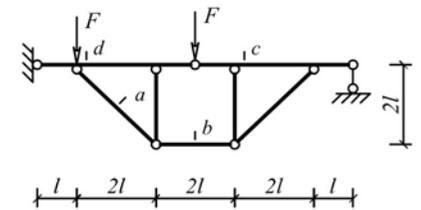


Рис. 1.5.19 (а, с) - Рис. 1.5.20 (b, d)

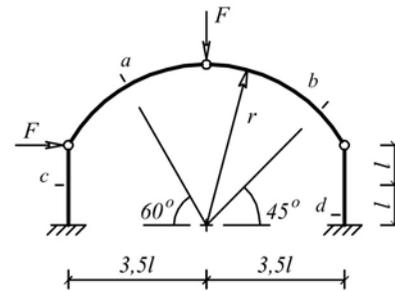


Рис. 1.5.21 (а, с) - Рис. 1.5.22 (b, d)

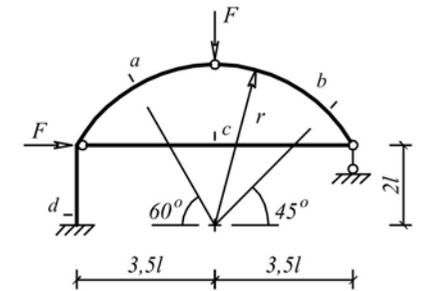


Рис. 1.5.23 (а, с) - Рис. 1.5.24 (b, d)

### **Пример решения задачи**

Этот раздел предусмотрен для студентов, желающих доказать, что они способны решать задачи статики стержневых систем повышенной сложности. Поэтому пример решения здесь не приводится.

### **Пояснения к решению задачи**

1) В распорных системах при вертикальной нагрузке возникают реакции (распор) в горизонтальных связях (затяжках, распорках и др.). Найдите реакции в связях.

2) Сложности возникают не только при определении реакций в связях, но и при доказательстве, что рассматриваемая конструктивная схема является статически определимой, т.е. кинематически неизменяемой, у которой степень свободы равна нулю. Преодолейте эти трудности.

### **Учебники (учебные пособия)**

Шифр библиотеки ЮУрГУ	Автор(ы), название учебника (учебного пособия)
624.04(07) А697	Н.Н. Анохин. Строительная механика в примерах и задачах. Часть I. Статически определимые системы.
624.04(07) С863	А.Ф. Смирнов и др. Строительная механика (стержневые системы).
624.04(07) С535	Снитко Н.К. Строительная механика
624.04(07) Д203	А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. Строительная механика.
624.04(07) Р851	Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (под ред. Г.К. Клейна)
624.07(07) М487	А.П. Мельчаков, А.С. Сытник. Построение эпюр внутренних силовых факторов в плоских рамах. Учебное пособие.

## 2. ПЕРЕМЕЩЕНИЯ В СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМАХ

### 2.1. Расчет перемещений от нагрузки

#### Формулировка задачи

Для одной из рам, изображенных на рис. 2.1.1 – 2.1.25, требуется определить линейное перемещение сечения  $m$  и угол поворота сечения  $n$ . Расчет перемещений выполнить с учетом податливости сжато-растянутых стержней и упругих связей (пружин). Для расчета принять:

- жесткость изгибаемых стержней  $EI$  постоянной по длине и одинаковой для всех элементов рамы;
- жесткость сжато-растянутых стержней  $EA = EI / l^2$ ;
- податливость пружин  $l^3/EI$ .

Исходные данные для расчета принять из табл. 2.1.

Таблица 2.1

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
$q$ , кН/м	2	3	4	3,5	2,5	1,5	1
$l$ , м	3,5	2,5	1,5	1	2	3	4
$h$ , м	4	3	1	1,5	2,5	3,5	2

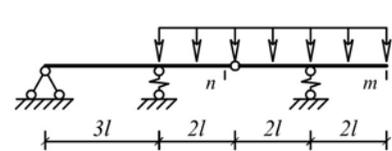


Рис. 2.1.1

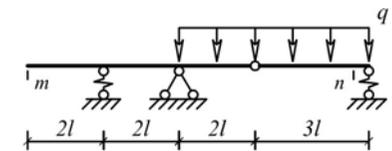


Рис. 2.1.2

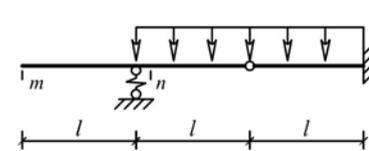


Рис. 2.1.3

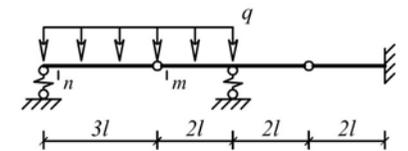


Рис. 2.1.4

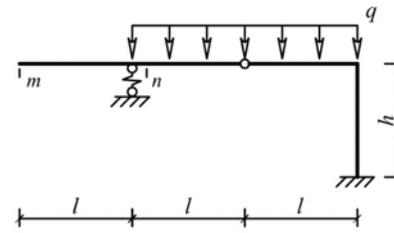


Рис. 2.1.5

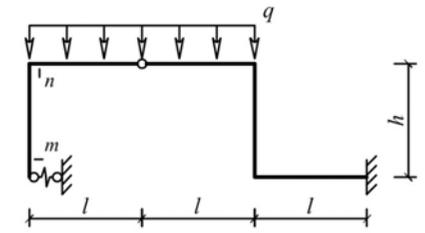


Рис. 2.1.6

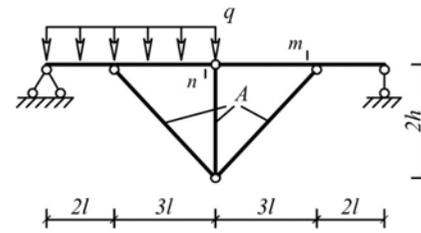


Рис. 2.1.7

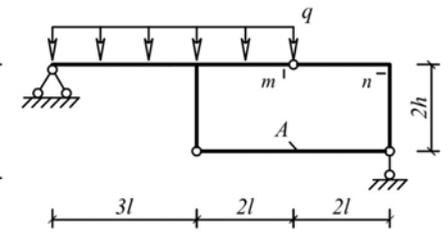


Рис. 2.1.8

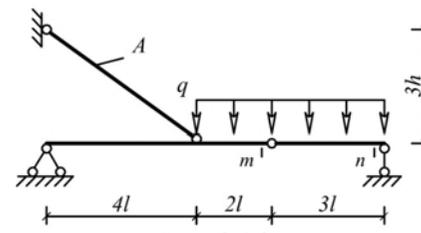


Рис. 2.1.9

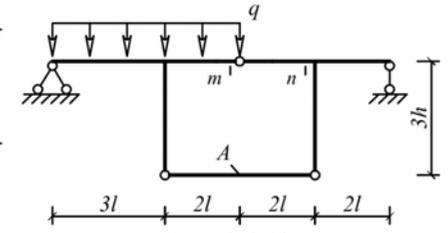


Рис. 2.1.10

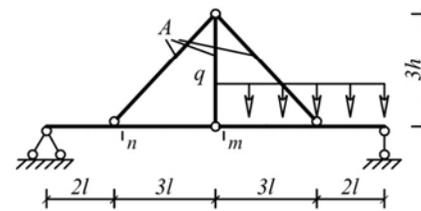


Рис. 2.1.11

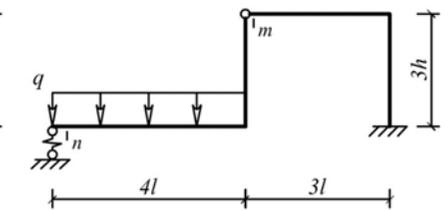


Рис. 2.1.12

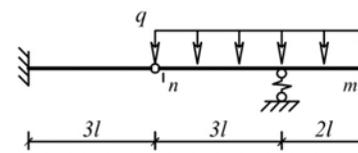


Рис. 2.1.13

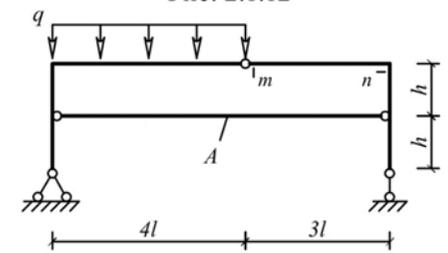


Рис. 2.1.14

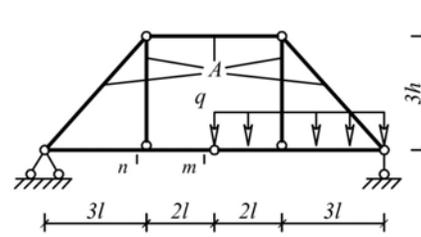


Рис. 2.1.15

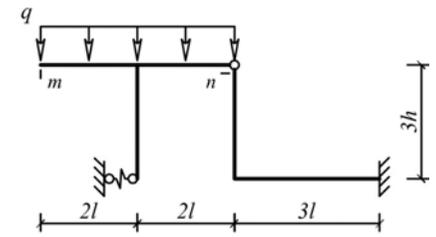


Рис. 2.1.16

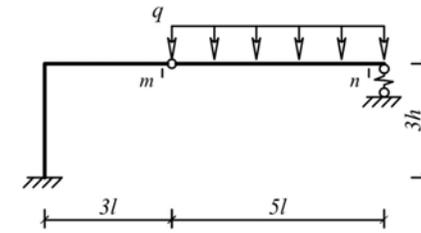


Рис. 2.1.17

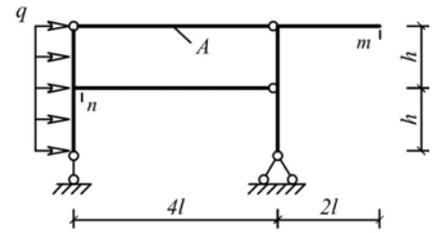


Рис. 2.1.18

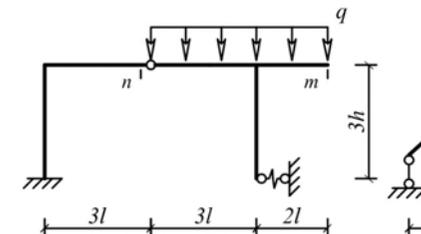


Рис. 2.1.19

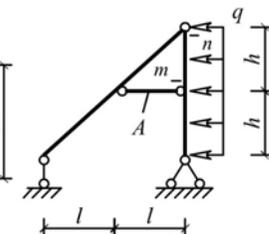


Рис. 2.1.20

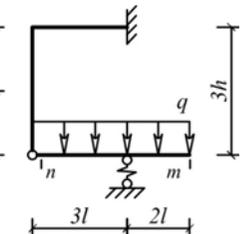


Рис. 2.1.21

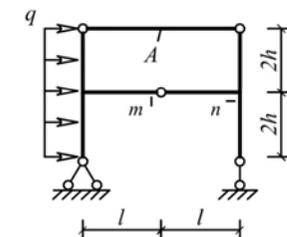


Рис. 2.1.22

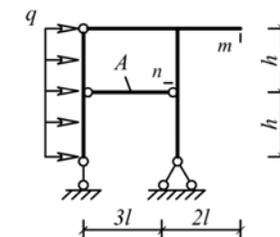


Рис. 2.1.23

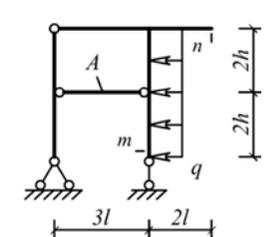


Рис. 2.1.24

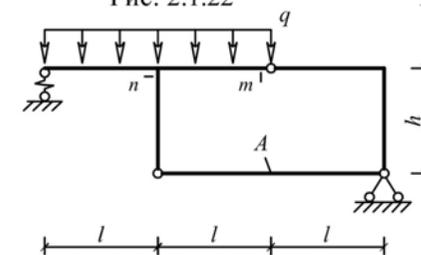


Рис. 2.1.25

**Пример решения задачи**

Исходные данные: схема рамы на рис. 2.1.25;  $l=2$  м;  $h=2$  м;  $q=3$  кН/м.

а) Расчетная схема рамы, эпюра изгибающих моментов и значение продольной силы в элементе  $ab$  от нагрузки

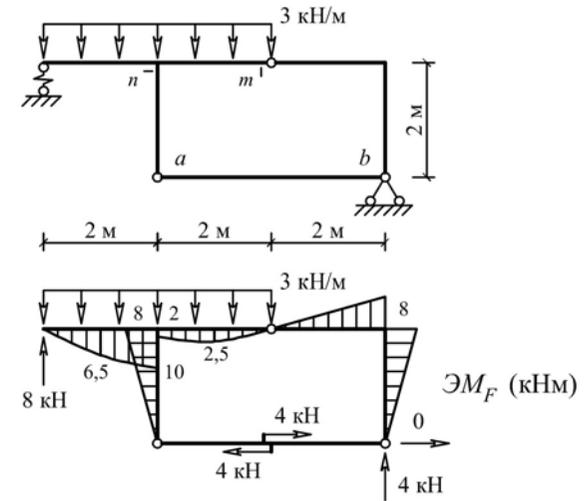


Рис. 2.1.26

б) Эпюра изгибающих моментов и значение продольной силы в элементе  $ab$  от единичной силы, приложенной в сечении  $m$

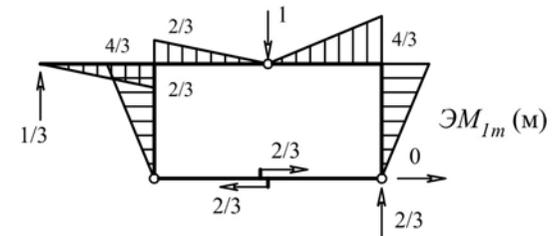


Рис. 2.1.27

в) Эпюра изгибающих моментов и значение продольной силы в элементе  $ab$  от единичного момента, приложенного в сечении  $n$

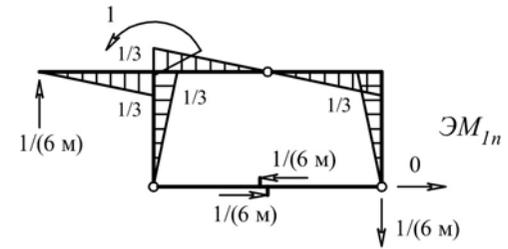


Рис. 2.1.28

г) Линейное перемещение сечения  $m$  ( $\Delta_m$ ) и угловое перемещение сечения  $n$  ( $\varphi_n$ ), найденные по формуле Мора

$$\Delta(\varphi) = \sum \int \frac{M_1 \cdot M_F}{EI} dx + \left( \frac{L}{EA} \cdot N_1 \cdot N_F \right)_{ab} + \frac{L^3}{EJ} \cdot R_1 \cdot R_F,$$

где  $M_I, M_F$  – эпюра моментов соответственно от единичного воздействия и заданной нагрузки;  
 $N_I, N_F$  – продольная сила в элементе  $ab$  соответственно от единичного воздействия и заданной нагрузки;  
 $R_I, R_F$  – реакция в пружине соответственно от единичного воздействия и заданной нагрузки.

$$\Delta_m = \frac{1}{EJ} \left[ \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3 \right] + \frac{2}{6EJ} \left[ (0 - 4 \cdot 2,5 \cdot \frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{2}{3}) + (0 + 4 \cdot 6,5 \cdot \frac{1}{3} + 10 \cdot \frac{2}{3}) \right] + \frac{4}{EA} \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} + \frac{2^3}{EI} \cdot 8 \cdot \frac{1}{3} = \frac{88,89}{EJ} \text{ (м)}.$$

$$\varphi_n = -\frac{1}{EJ} \left[ \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \right] + \frac{2}{6EJ} \left[ (0 - 4 \cdot 2,5 \cdot \frac{1}{6} - 2 \cdot \frac{1}{3}) + (0 + 4 \cdot 6,5 \cdot \frac{1}{6} + 10 \cdot \frac{1}{3}) \right] - \frac{4}{EA} \cdot 4 \cdot \frac{1}{6} + \frac{2^3}{EI} \cdot 8 \cdot \frac{1}{6} = \frac{17,89}{EJ} \text{ (рад)}.$$

### Пояснения к решению задачи

1) При построении эпюр изгибающих моментов использован прием, состоящий в том, что предварительно определена продольная сила в сжато-растянутом стержне  $ab$ . Для этого было записано выражение изгибающего момента относительно шарнира в отсеченной части, отделенной разрезом от рамы по шарниру и элементу  $ab$ , и этот момент приравнен к нулю.

2) В формуле Мора первый член учитывает влияние на величину перемещения изгиба стержней рамы. Для участков с криволинейной эпюрой изгибающих моментов этот член рекомендуется вычислять по формуле Симпсона, т.е.

$$\int_L \frac{M_1 \cdot M_F}{EI} dx = \frac{L}{6EJ} [(M_1 \cdot M_F)_n + 4(M_1 \cdot M_F)_c + (M_1 \cdot M_F)_k],$$

где  $(M_1 \cdot M_F)_n$ ,  $(M_1 \cdot M_F)_c$ ,  $(M_1 \cdot M_F)_k$  – произведение значений изгибающих моментов соответственно в начале, середине и конце участка.

На участках с прямолинейной эпюрой  $M_F$  вычисление интеграла проще произвести по правилу Верещагина, т.е.

$$\int_L \frac{M_1 \cdot M_F}{EI} dx = \frac{\omega y}{EJ},$$

где  $\omega$  – значений площадь эпюры  $M_F$   
 $y$  – ордината на эпюре  $M_1$  под (над) центром тяжести эпюры  $M_F$

3) Второй член формулы Мора учитывает влияние на величину отыскиваемого перемещения податливости сжато-растянутых стержней рамы. Этот член записан в форме решения интеграла Мора  $\int_L \frac{N_1 \cdot N_F}{EA} dx$  для случая, когда  $N_1$  и  $N_F = \text{const}$ .

4) Третий член в формуле Мора учитывает влияние на величину отыскиваемого перемещения податливости упругих

связей (пружин). Он также представлен в форме решения интеграла Мора по аналогии с предыдущим пунктом, если произвести замену  $N_I$  на  $R_I$ ,  $N_F$  на  $R_F$ , а вместо  $EA$  поставить жесткость пружины  $EI/L^2$ .

**Учебники (учебные пособия)**

Шифр библиотеки ЮУрГУ	Автор(ы), название учебника (учебного пособия)
624.04(07) А697	Н.Н. Анохин. Строительная механика в примерах и задачах. Часть I. Статически определимые системы.
624.04(07) С863	А.Ф. Смирнов и др. Строительная механика (стержневые системы).
624.04(07) С535	Снитко Н.К. Строительная механика
624.04(07) Д203	А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. Строительная механика.
624.04(07) Р851	Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (под ред. Г.К. Клейна)
624.07(07) М487	А.П. Мельчаков, А.С. Сытник. Построение эпюр внутренних силовых факторов в плоских рамах. Учебное пособие.

## 2.2. Расчет перемещений от изменения температуры

### Формулировка задачи

Для одной из рам, изображенных на рис. 2.2.1 – 2.2.25, требуется определить линейное перемещение сечения  $m$  и угол поворота сечения  $n$ . При расчете перемещений принять:

- высоту поперечного сечения всех стержней  $h_c=0,1l$ ;
- положение центра тяжести поперечного сечения посередине его высоты;
- коэффициент линейного расширения одинаковым для всех элементов системы и равным  $\alpha = 10^{-5}$  1/град;
- параметр температуры  $t = 10$  °С (на схемах рам температура снаружи  $t_n$  не показана).

Исходные данные принять из табл. 2.2.

Таблица 2.2

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
Температуры снаружи, $t_n$	$t$	$-t$	$2t$	$-2t$	$4t$	$3t$	$-3t$
Температура внутри, $t_в$	$-2t$	$-3t$	$4t$	$4t$	$-4t$	$-t$	$t$
$l$ , м	2	3	4	3	2	4	2,5
$h$ , м	2,5	4	3	2	3	4	2

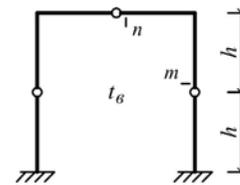


Рис. 2.2.1

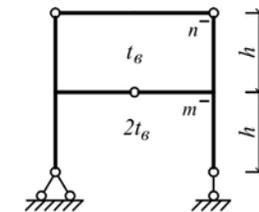


Рис. 2.2.2

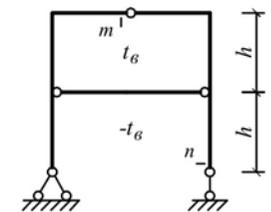


Рис. 2.2.3

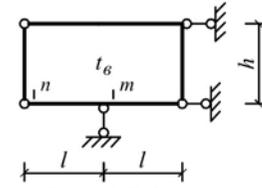


Рис. 2.2.4

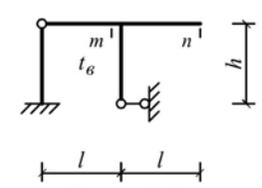


Рис. 2.2.5

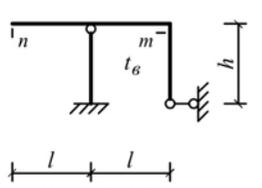


Рис. 2.2.6

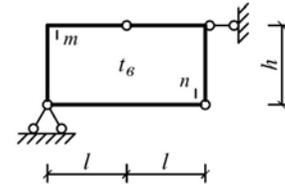


Рис. 2.2.7

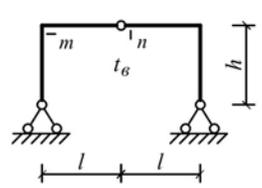


Рис. 2.2.8

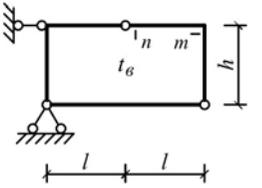


Рис. 2.2.9

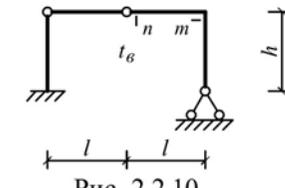


Рис. 2.2.10

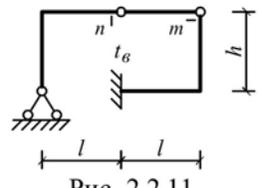


Рис. 2.2.11

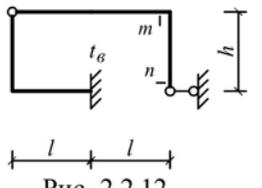


Рис. 2.2.12

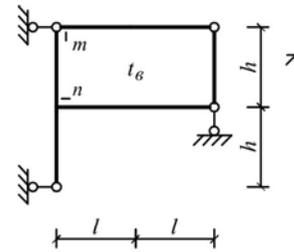


Рис. 2.2.13

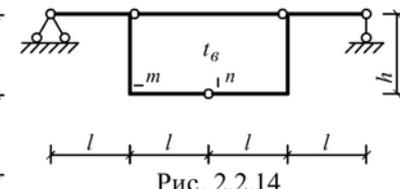


Рис. 2.2.14

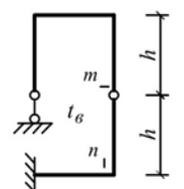


Рис. 2.2.15

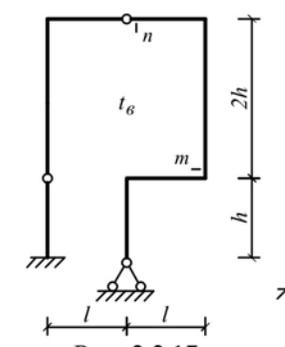


Рис. 2.2.17

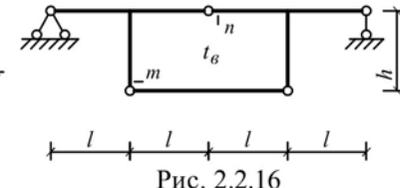


Рис. 2.2.16

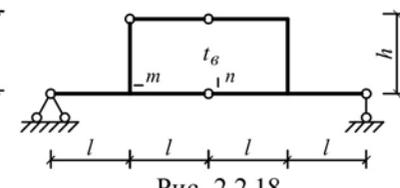


Рис. 2.2.18

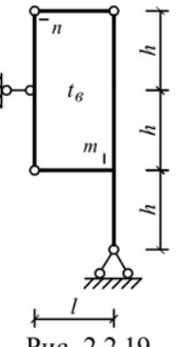
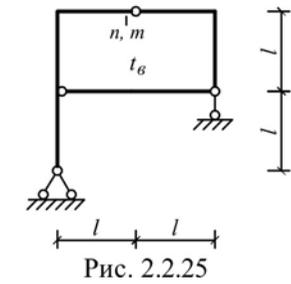
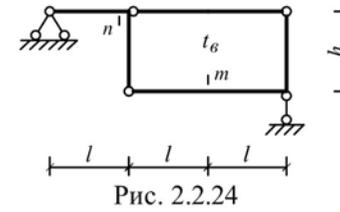
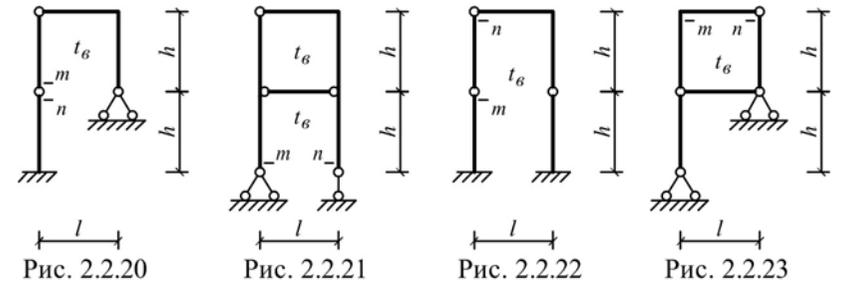
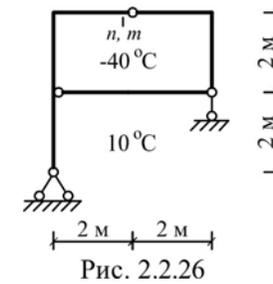


Рис. 2.2.19



### Пример решения задачи

Исходные данные: схема рамы на рис. 2.2.25;  $l=2$  м;  $h=2$  м;  
 $t_n = t$ ;  $t_g = -4t$ ;  $l=2$  м;  $t=10$  °С.



а) Эпюры изгибающих моментов и продольной силы в раме от единичной силы, приложенной в сечении  $m$  (для определения вертикального перемещения сечения  $m$ )

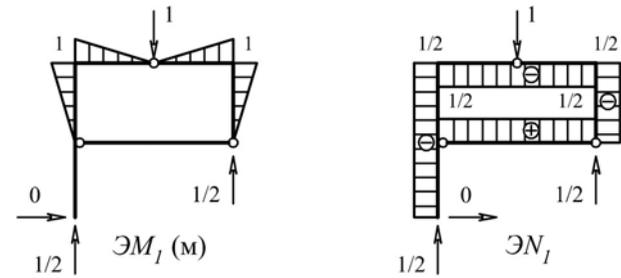


Рис. 2.2.27

б) Эпюры изгибающих моментов и продольной силы в раме от единичного момента, приложенного в сечении  $n$  (для определения угла поворота сечения  $n$ )

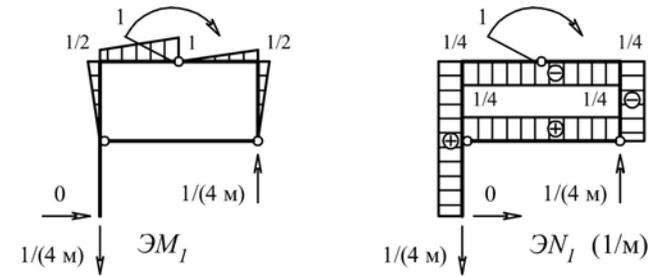


Рис. 2.2.28

в) Линейное ( $\Delta_m$ ) перемещение сечения  $m$  и угловое ( $\varphi_n$ ) перемещение сечения  $n$ , найденные по формуле Мора

$$\Delta(\varphi) = \sum \alpha t' \omega_{N_i} + \sum \frac{\alpha t''}{h} \omega_{M_i},$$

где  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения;  
 $t' = (t_n + t_\theta)/2$  – температура на оси стержня;  
 $t'' = |t_n - t_\theta|$ ;  
 $\omega_{N_i}, \omega_{M_i}$  – площадь эпюры соответственно  $N_i$  и  $M_i$  на участке (стержне).

$$\Delta_m = \alpha(-15^\circ C) \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 6i\right) + 4 \cdot \frac{\alpha \cdot 50^\circ C}{0,2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 645\alpha \text{ (м)} =$$

$$= 645 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 6,45 \text{ мм},$$

$$\varphi_n = \alpha(-15^\circ C) \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{4}\right) + \frac{\alpha \cdot 50^\circ C}{0,2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2\right) =$$

$$= 442,5\alpha \text{ (рад)} = 0,004425 \text{ рад.}$$

### **Пояснения к решению задачи**

1) В формуле Мора первый член учитывает влияние температурного удлинения (укорочения) стержней рамы на величину отыскиваемого перемещения, а второй член – влияние на перемещение температурного искривления стержней.

2) Знак первого члена формулы Мора устанавливается в зависимости от знака температуры на оси стержня ( $t'$ ) и знака эпюры продольной силы; знак второго члена зависит от направления температурной кривизны и кривизны от изгиба, вызванного единичной силой. Если на каком-либо участке эти кривизны совпадают, то знак второго члена принимается положительным, в противном случае – отрицательным.

### **Учебники (учебные пособия)**

Шифр библиотеки ЮУрГУ	Автор(ы), название учебника (учебного пособия)
624.04(07) А697	Н.Н. Анохин. Строительная механика в примерах и задачах. Часть I. Статически определимые системы.
624.04(07) С863	А.Ф. Смирнов и др. Строительная механика (стержневые системы).
624.04(07) С535	Снитко Н.К. Строительная механика

624.04(07) Д203	А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. Строительная механика.
624.04(07) Р851	Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (под ред. Г.К. Клейна)
624.07(07) М487	А.П. Мельчаков, А.С. Сытник. Построение эпюр внутренних силовых факторов в плоских рамах. Учебное пособие.

## 2.3. Расчет перемещений от кинематического воздействия

### Формулировка задачи

Для одной из рам, изображенных на рис. 2.3.1 – 2.3.25 требуется:

- определить линейное и угловое перемещение сечения  $n$  и взаимный угол поворота сечений  $m$  и  $k$ ;
- изобразить изменение геометрии рамы от кинематического воздействия

При расчете перемещений принять:  $\Delta = 10^{-2}l$ ,  $\varphi = \Delta/l$ .

Исходные данные принять из табл. 2.3.

Таблица 2.3

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
$l$ , м	1,5	2,0	2,5	3,0	3,25	2,75	1,75
$h$ , м	2,5	4	3	2	3	4	2

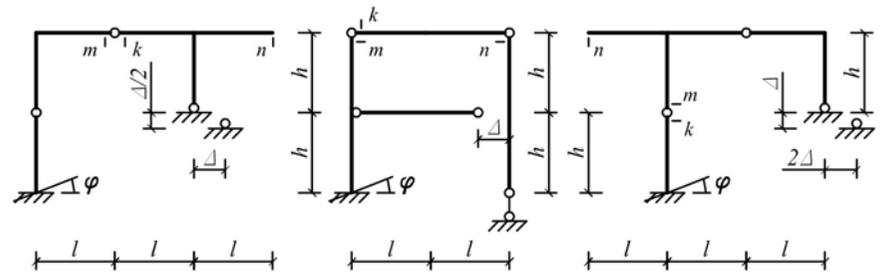


Рис. 2.3.1

Рис. 2.3.2

Рис. 2.3.3

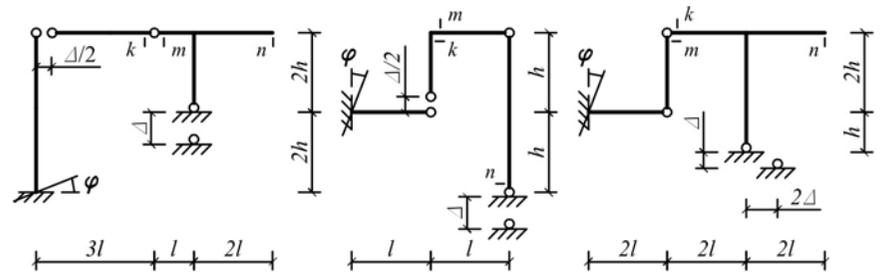
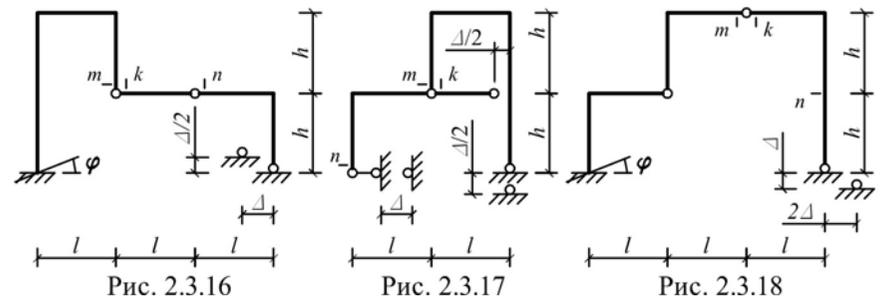
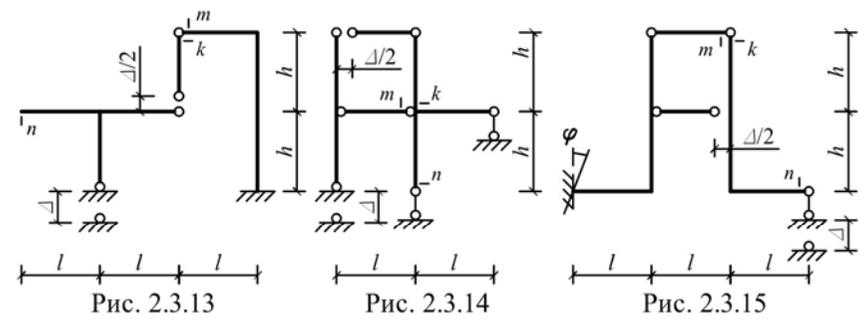
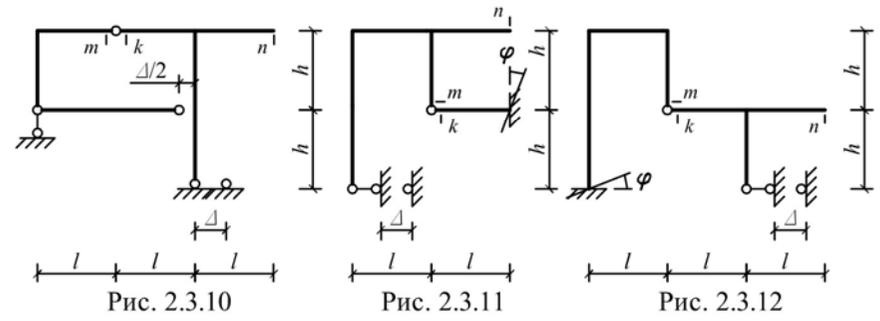
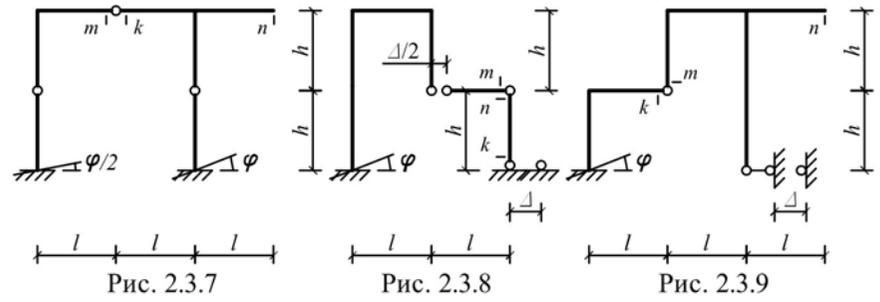
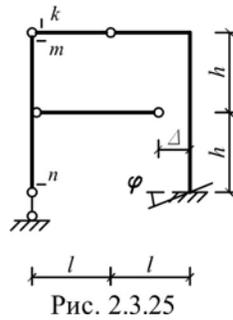
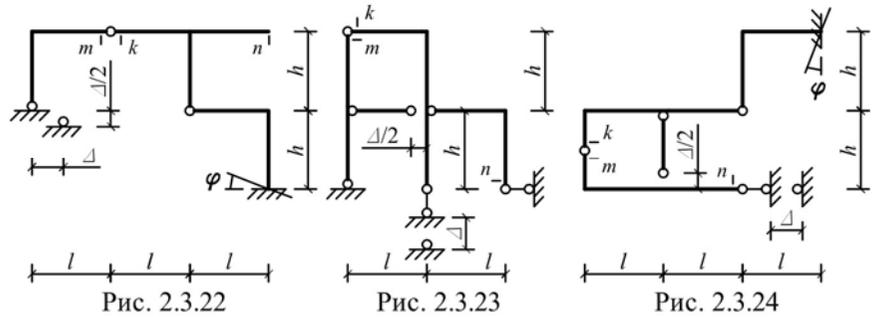
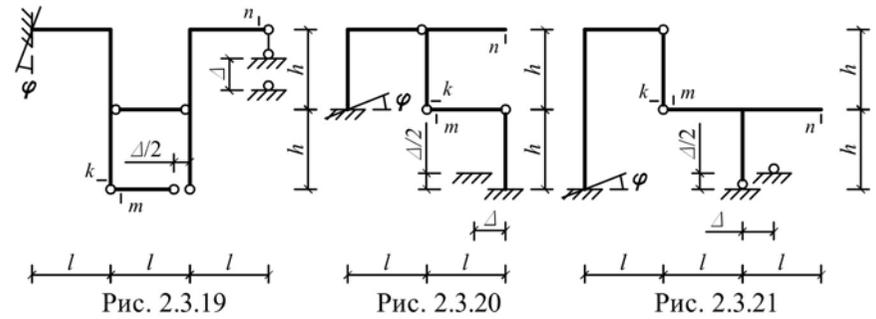


Рис. 2.3.4

Рис. 2.3.5

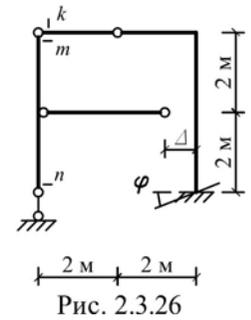
Рис. 2.3.6



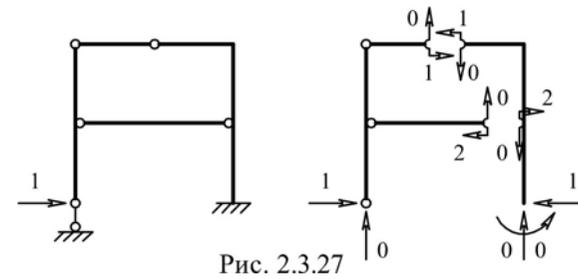


**Пример решения задачи**

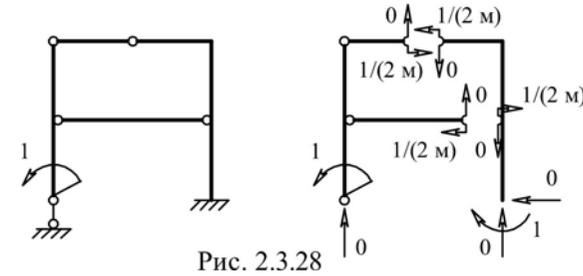
Исходные данные:  
схема рамы на рис. 2.3.25;  $l=2$  м;  $h=2$  м;  
 $\Delta=2$  см;  $\varphi=10^{-2}$  рад.



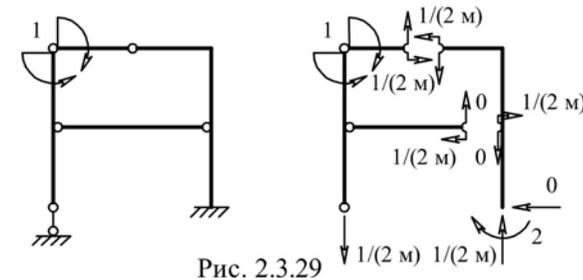
а) Единичное состояние и реакции в связях для определения линейного перемещения сечения  $n$



б) Единичное состояние и реакции в связях для определения углового перемещения сечения  $n$



в) Единичное состояние и реакции в связях для определения взаимного угла поворота сечений  $m$  и  $k$



г) Линейное и угловые перемещения сечений от заданного смещения и неточности изготовления связей, найденные по формуле Мора

$$\Delta(\varphi) = -\sum R_{j1} \cdot S_j,$$

где  $R_{j1}$  – реакция в  $j$ -той связи в соответствующем единичном состоянии;

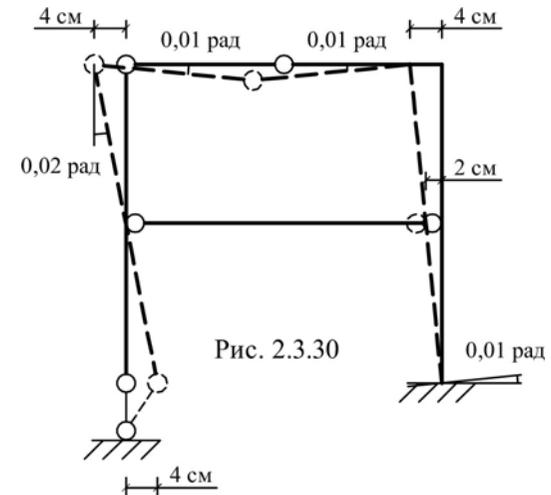
$S_j$  – заданное перемещение (неточность изготовления)  $j$ -той связи.

$$\Delta_n = -[-2 \cdot 2] = 4 \text{ см},$$

$$\varphi_n = -[-1 \cdot 0,01 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,01] = 0,02 \text{ рад,}$$

$$\varphi_{mk} = -[-2 \cdot 0,01 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,01] = 0,03 \text{ рад.}$$

д) Геометрия рамы с учетом заданных смещений связей



### Пояснения к решению задачи

1) Знак произведения  $R_{jI} \cdot S_j$  устанавливается по правилу: если направление реакции совпадает с направлением заданного перемещения связи, то знак произведения положительный; в противном случае – отрицательный.

2) При заданной неточности изготовления элемента вышеприведенное правило знаков сохраняется, но в этом случае роль реакции играет внутренний силовой фактор в сечении элемента по направлению заданной неточности.

**Учебники (учебные пособия)**

Шифр библиотеки ЮУрГУ	Автор(ы), название учебника (учебного пособия)
624.04(07) А697	Н.Н. Анохин. Строительная механика в примерах и задачах. Часть I. Статически определимые системы.
624.04(07) С863	А.Ф. Смирнов и др. Строительная механика (стержневые системы).
624.04(07) С535	Снитко Н.К. Строительная механика
624.04(07) Д203	А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. Строительная механика.
624.04(07) Р851	Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (под ред. Г.К. Клейна)
624.07(07) М487	А.П. Мельчаков, А.С. Сытник. Построение эпюр внутренних силовых факторов в плоских рамах. Учебное пособие.